

Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова
физический факультет
кафедра общей физики и волновых процессов

На правах рукописи

Владимирова Юлия Викторовна

**Моделирование и теоретический анализ спектров
когерентных темных резонансов многоуровневых атомов,
полученных методами прецизионной спектроскопии**

Специальность 01.04.21 — лазерная физика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук,
доцент В.Н. Задков

Москва — 2006

Оглавление

Введение	4
I Математическая техника расчета эффекта КПН в много- уровневых системах	11
1 Расчет лиувиллиана N-уровневого атома	14
1.1 Расчет лиувиллиана N -уровневого атома с использованием символиче- ского представления	14
1.2 Лиувиллиан 3-х уровневого атома в случае двух полей	17
1.3 Расчет средних значений	18
2 Математическое описание методов расчета временной динамики Λ- системы	21
2.1 Метод матрицы плотности	21
2.2 Метод квантовых траекторий	23
II Моделирование спектров темных резонансов в много- уровневых атомах на примере паров Самария	24
3 Выбор исследуемой модели и постановка задачи	25
3.1 Атомная система	25
3.2 КПН в рамках четырехуровневой модели	26
3.3 Учет эффекта Доплера	27
4 Экспериментальная регистрация резонансов КПН в парах самария	29
5 Результаты моделирования спектров КПН в парах самария	33
5.1 Модификация спектров в магнитном поле	34
5.1.1 Случай продольного магнитного поля	35
5.1.2 Случай поперечного магнитного поля	37

Выводы к части II	39
III Модуляционная спектроскопия темных резонансов на примере атома Cs	41
6 Выбор исследуемой модели и постановка задачи	42
6.1 Атомная среда	43
6.2 Зеемановское расщепление сверхтонкой структуры основного состояния атома Cs	46
7 Низкочастотная модуляционная спектроскопия темных резонансов на примере атома Cs	48
7.1 Взаимодействие Λ -системы с ЧМ полем	48
7.2 Двухчастотная модель расчета ЧМ спектров темных резонансов	51
7.3 Расчет ЧМ спектров резонансов КПН при помощи двухчастотной модели	53
7.3.1 Случай отсутствия частотной модуляции. Проверка схемы расчета.	53
7.3.2 Случай наличия частотной модуляции	53
7.4 Расчет ЧМ-спектров темных резонансов при помощи точной модели	57
7.5 Расчет ЧМ-спектров резонансов КПН методом квантовых траекторий	58
7.6 Сравнение экспериментальных и теоретических результатов	59
8 Высокочастотная модуляционная спектроскопия темных резонансов на примере атома Cs	63
Выводы к части III	66
Заключение	67
Приложения	70
Приложение А	70
Список литературы	73

Введение

Взаимодействие электромагнитного поля с атомом является одной из наиболее фундаментальных проблем квантовой оптики. Известно, что многоуровневые атомы проявляют здесь существенно более широкий спектр эффектов, чем двухуровневые атомы (ДА), за счет индуцированной полем когерентности между атомными состояниями и квантовой интерференции. Трехуровневые системы, реализуемые в Λ -, Ξ - и V - конфигурациях, играют важную роль для изучения этих эффектов, являясь промежуточной по сложности системой между ДА и многоуровневыми атомами. В них наблюдается целый ряд новых эффектов, из которых когерентное пленение населенности (КПН) является одним из самых интригующих явлений, интенсивно исследовавшихся экспериментально и теоретически (см. обзор [1] и список ссылок в нем).

Эффект КПН наиболее ярко проявляется в трехуровневой системе с двумя близкими долгоживущими уровнями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ с частотным расщеплением ω_{12} и третьим удаленным от них уровнем $|3\rangle$ (Λ - или V -система), возбужденной двумя непрерывными лазерными полями, так что удаленный уровень оптически “связан” с двумя другими уровнями (рис. 1).

Если переход $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ в дипольном приближении запрещен и два монохроматических поля $E_1 \exp(-i\omega_{L1}t - i\varphi_1)$, $E_2 \exp(-i\omega_{L2}t - i\varphi_2)$ находятся в резонансе с соответствующими переходами $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, то в результате квантовой интерференции формируется узкий резонанс КПН. Он проявляется в спектре поглощения как резкий минимум, когда одно из действующих полей, например ω_{L1} , сканируется и рамановская расстройка $\delta_R = \omega_{L1} - \omega_{L2} - \omega_{12}$ проходит через соответствующее точному резонансу нулевое значение, а в спектрах резонансной флуоресценции он наблюдается как отсутствие эмиссии, что и дало название “темный (или КПН-) резонанс”.

Впервые резонанс КПН наблюдался в парах атома натрия [2]. До настоящего времени большинство экспериментальных исследований резонансов КПН было выполнено со щелочными атомами (например Cs, Rb) [1, 6], у которых в качестве нижних уровней Λ -системы использовались сверхтонкие компоненты основного состояния с типичным расщеплением в несколько ГГц. Электро-дипольные переходы между компонентами сверхтонкой структуры запрещены, поэтому радиационный распад пре-

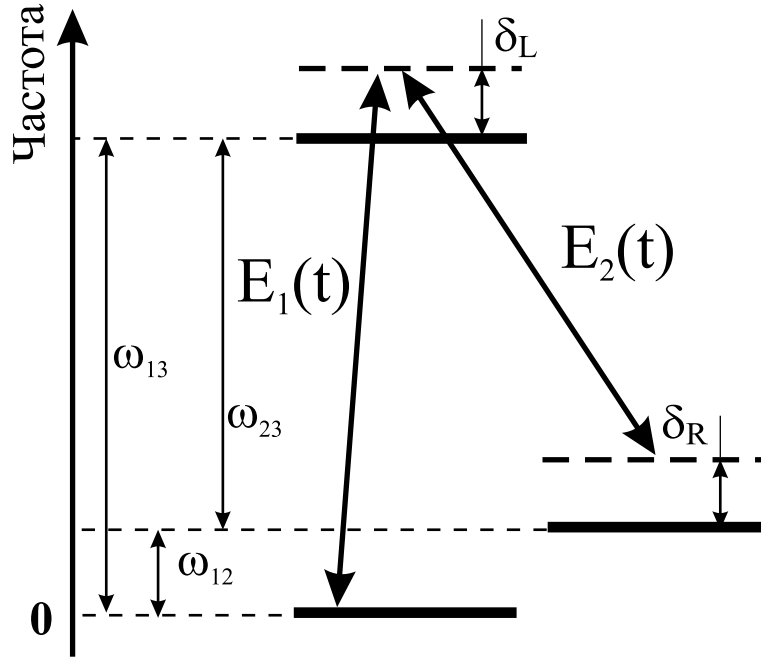


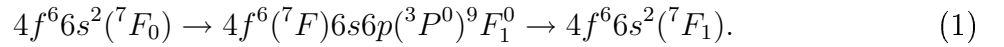
Рис. 1: Трехуровневая Λ -система, взаимодействующая с двумя полями $E_1(t)$ и $E_2(t)$, δ_L – однофотонная лазерная расстройка на переходе $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$; δ_R – двухфотонная рамановская расстройка.

небрежимо мал. Большое время жизни (тысячи лет) атомов щелочных металлов в когерентной суперпозиции нижних состояний способствует возникновению КПН. Возможность регистрации контрастных и высокодобротных резонансов КПН в щелочных атомах обусловлена следующим: 1) наличием прецизионных стабильных лазерных систем, перестраиваемых в области резонансного перехода и 2) относительно простой фазовой привязкой световых полей E_1 и E_2 . Так, в чистых парах цезия зарегистрированы резонансы с шириной около 10 кГц [6].

Экспериментально регистрируемая ширина линии определяется стабильностью отстройки δ_R и разности фаз $\Delta\varphi$, а также доплеровским уширением, время-пролетным уширением, штарковским уширением (уширение световым полем и внешними полями), уширением в неоднородных магнитных полях, ударным уширением и т.д. В экспериментах с щелочными атомами удается с высокой точностью стабилизировать $\Delta\varphi$, например модулируя лазер с частотой, соответствующей Δ . В случае использования двух независимых диодных лазеров в режиме свободной генерации можно рассчитывать на наблюдение резонансов КПН с шириной порядка нескольких мегагерц. Дальнейшее уменьшение ширины резонанса возможно при введении в ячейку инертного буферного газа (Ne, He, Ar) при давлении нескольких кПа. Частые столкновения с атомами буферного газа препятствуют свободному движению атомов через световой пучок так, что время взаимодействия со светом возрастает на

порядки. При этом столкновения с буферным газом практически не нарушают когерентность, благодаря чему происходит сильное сужение резонанса. Так в ячейке, содержащей цезий и неон в качестве буферного газа, достигнута ширина резонанса порядка 50 Гц [6]. Также, в случае атомов цезия, для сохранения когерентности используются ячейки, стенки которых покрыты парафином или органосиланами. Такое покрытие снижает вероятность разрушения когерентного состояния при столкновении атома со стенкой в сотни и даже тысячи раз.

Редкоземельные атомы также используются при наблюдении КПН, это обусловлено тем, что в редкоземельных атомах характерное расстояние между компонентами тонкой структуры конфигурации существенно превышает сверхтонкое расщепление основного состояния щелочных атомов и составляет 10-100 ТГц, в то время, как характерное время спонтанного распада этих уровней за счет магнитодипольных переходов составляет несколько секунд. Резонансы КПН в Λ -системе, нижними уровнями которой являются компоненты тонкой структуры в редкоземельном атоме также обладают высокой потенциальной добротностью. Уровни тонкой структуры в редкоземельных атомах также слабочувствительны к атомным столкновениям, поскольку они хорошо заэкранированы внешней замкнутой оболочкой. Таким образом, свойства резонансов КПН в редкоземельных атомах открывает перспективу использования таких атомов в метрологических приложениях, например, для создания вторичного стандарта частоты. Одним из наиболее перспективных для метрологических приложений редкоземельных атомов является атом самария, схема уровней которого является существенно более простой по сравнению с атомом цезия, особенно в приложенных магнитных полях. В ФИАНе им.П.Н.Лебедева в группе С.И.Канорского и сотр., в рамках проекта по изучению возможности метрологических применений резонансов КПН в парах редкоземельных атомов, методами нелинейной спектроскопии высокого разрешения проводится изучение свойств паров самария (Sm) в области линий переходов, образующих Λ -систему:



Теоретически, явление КПН подробно изучено в рамках трехуровневой модели в классической работе Аримондо [1], позволяющей выполнить основные расчёты в аналитической форме.

Для описания динамики взаимодействия трехуровневой Λ -системы с двумя монохроматическими полями $E_1 \exp(-i\omega_{L1}t - i\varphi_1)$, $E_2 \exp(-i\omega_{L2}t - i\varphi_2)$ следует использовать представление взаимодействия с гамильтонианом невозмущенного движения $\mathcal{U}_0(t) = \exp\left[-(i/\hbar)\hat{\mathcal{H}}_0 t\right]$, где $\hat{\mathcal{H}}_0 = \hbar(\omega_{L1} |3\rangle \langle 3| - \Delta |2\rangle \langle 2|)$, а $\Delta = \omega_{L2} - \omega_{L1} \approx \omega_{12}$ — расстройка лазерных полей. Для обсуждения основных эффектов КПН удобно записать гамильтониан взаимодействия атом-поле в базисе “светлого” и ортогонального ему “темного” состояний, $|+\rangle = g_{\Lambda}^{-1}(g_{13}e^{-i\varphi_1} |1\rangle + g_{23}e^{-i\varphi_2} |2\rangle)$ и $|-\rangle =$

$-g_{\Lambda}^{-1}(g_{23}e^{-i\varphi_1}|1\rangle - g_{13}e^{-i\varphi_2}|2\rangle)$, соответственно. В приближении вращающихся волн (ПВВ) [?] гамильтониан взаимодействия приводится к виду

$$\hat{\mathcal{H}}_{\Lambda} = \hbar[(\delta_L + \delta_R g_{13}^2/g_{\Lambda}^2)|+\rangle\langle+| + (\delta_L + \delta_R g_{23}^2/g_{\Lambda}^2)|-\rangle\langle-|] + \hbar\delta_R \frac{g_{13}g_{23}}{g_{\Lambda}^2}[e^{i(\varphi_1-\varphi_2)}|+\rangle\langle-| + \text{э.с.}] + \frac{\hbar g_{\Lambda}}{2}(|+\rangle\langle 3| + \text{э.с.}). \quad (2)$$

В базисе $\{|3\rangle, |+\rangle, |-\rangle\}$ соответствующие гамильтониану взаимодействия матрицы примут вид

$$H_{\Lambda} = \left(\begin{array}{cc|c} 0 & \hbar g_{\Lambda}/2 & 0 \\ \hbar g_{\Lambda}/2 & \hbar\delta_L & 0 \\ \hline 0 & 0 & \hbar\delta_L \end{array} \right) + \frac{\hbar\delta_R}{g_{\Lambda}^2} \left(\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_{13}^2 & g_{13}g_{23}e^{i(\varphi_1-\varphi_2)} \\ 0 & g_{13}g_{23}e^{-i(\varphi_1-\varphi_2)} & g_{23}^2 \end{array} \right). \quad (3)$$

Осцилляции между состоянием $|+\rangle$ и возбужденным состоянием $|3\rangle$ происходят с эффективной частотой Раби $g_{\Lambda} = \sqrt{g_{13}^2 + g_{23}^2}$, само состояние в ПВВ не осциллирует. При $\delta_R = 0$ матрица (3) распадается на прямую сумму 2×2 матрицы, описывающей двухуровневую систему $|3\rangle \oplus |+\rangle$, которая формируется из возбужденного и “светлого” состояний и 1×1 матрицу, единственный элемент которой описывает тёмное состояние. При этом собственные значения гамильтониана (3) равны $\pm g_{\Lambda}/2$, 0 и соответствуют прецессии между уровнями $|+\rangle$ и $|3\rangle$ с частотой Раби g_{Λ} . Матричный элемент $\langle 3|H_{\Lambda}|-\rangle = 0$ при нулевой рамановской расстройке. Т.е. в “темном” состоянии, за счёт радиационного распада, оказывается сосредоточенной подавляющая часть атомной населенности, вследствие чего интенсивность флуоресценции почти полностью подавляется. Данный процесс оптической накачки в когерентное темное состояние называется *когерентным пленением населенностей*. Когерентная природа КПН проявляется в зависимости тёмного состояния от фаз лазерных полей. Следовательно, фазовые флуктуации действующих полей могут уменьшать или даже разрушать КПН, и необходима стабилизация относительной фазы лазерных полей. Как уже отмечалось, другие процессы декогерентности и доплеровское уширение могут также вносить деструктивный вклад в формирование КПН.

Традиционная экспериментальная техника для наблюдения спектров темных резонансов с использованием двух резонансных лазерных полей в настоящее время широко используется для многих приложений. Однако, необходимо развитие более простой экспериментальной техники для спектроскопии темных резонансов в многоуровневых атомах, которая позволила бы использовать, например, только одно лазерное поле, но модулированное по частоте (ЧМ). Такие эксперименты проводятся в группе профессора Луиджи Мои в Университете Сиена в Италии [24] и они, фактически, инициировали теоретические исследования по взаимодействию трехуровневой Λ -системы с частотно-модулированным лазерным полем.

Модуляционные методы активно начали развиваться применительно к оптической спектроскопии в начале 80-ых годов прошлого столетия. Уже хорошо извест-

ные к тому времени в микроволновой спектроскопии и спектроскопии ядерного магнитного резонанса ЧМ-методы получили новое развитие в лазерной спектроскопии, широко используются для стабилизации лазеров. Оптическая ЧМ-спектроскопия в настоящее время продолжает играть центральную роль в прецизионных измерениях в таких областях физики, как детектирование гравитационных волн, стандарты частоты, измерение слабых магнитных полей и др. (см. обзор [25] и ссылки в нем).

Несмотря на значительный прогресс в развитии техники оптической ЧМ-спектроскопии, теоретические модели были детально разработаны и изучены только для двухуровневых систем, которые позволяют выполнить анализ аналитически [25]. Теоретический же анализ многоуровневых, в простейшем случае трехуровневых, систем, взаимодействующих с ЧМ-полем, на настоящий момент в литературе практически отсутствует. Поэтому отдельная глава диссертационной работы посвящена исследованию взаимодействия простой трехуровневой системы с ЧМ-полем.

ЧМ спектроскопия темных резонансов также представляют большой интерес для магнетометрии, стандартов частоты и многих других приложений. Эксперименты по ЧМ спектроскопии темных резонансов проводятся со щелочными атомами (например, Cs, Rb) в слабых магнитных полях [24]. Наличие магнитного поля приводит к усложнению энергетической структуры атомов за счет эффекта Зеемана (рис. 1). Например, переход $F_g = 3 \rightarrow F_e = 2$ в атоме Cs является рабочим в эксперименте [24]. Уровни $F_g = 3$ и $F_e = 2$ расщепляются в магнитном поле на $2F + 1$ подуровня каждый. Пары основных подуровней с $\Delta m_F = 2$ (m_F —магнитное квантовое число) и зеемановские подуровни возбужденного состояния, образуют цепочку Λ -систем. В типичных экспериментах по ЧМ спектроскопии когерентных темных резонансов в атомах Cs атомная среда находится в однородном магнитном поле, величина напряженности которого порядка $10 \mu\text{T}$. Спектр ЧМ излучения состоит из дискретного набора частотных компонент, и когерентный резонанс наблюдается, когда частотное расстояние между этими компонентами совпадает с зеемановским расщеплением ω_{12} основного состояния (рис. 1), обусловленным наличием постоянного магнитного поля. Когерентная структура наблюдается при сканировании частоты модуляции в небольшом диапазоне вокруг двух-фотонного резонанса при фиксированной величине внешнего магнитного поля, или при фиксированной частоте модуляции путем сканирования магнитного поля в соответствующем диапазоне. [24, 26–28].

Цель данной диссертации состоит в моделировании и теоретическом анализе спектров когерентных темных резонансов многоуровневых атомов, полученных методами прецизионной спектроскопии как в случае взаимодействия Λ -системы с двумя монохроматическими полями, так и в случае взаимодействия с ЧМ полем.

Диссертация состоит из введения, трех частей, заключения, списка литературы и одного приложения.

В первой части диссертации представлена теоретическая модель используемая

для описания КПН в многоуровневых системах и позволяющая производить расчеты с использованием минимального набора входных параметров. Эта модель основана на использовании техники символического представления супероператоров, эффективной при расчете систем любой размерности, особенно для расчета многоуровневых систем. В частности, в силу большой размерности задач даже простое выписывание матриц, описывающих эволюционные супероператоры, становится технически сложной задачей. Однако, при использовании символического представления супероператоров, благодаря физически прозрачной форме записи, они могут быть сначала записаны в символической форме, после чего их матричные элементы могут быть рассчитаны либо аналитически, либо численно на компьютере (в случае матриц большой размерности).

Также в первой части проведен расчет лиувиллиана N -уровневого атома с использованием символического представления. На основе этой общей модели рассчитан лиувиллиан трехуровневого атома в случае двух монохроматических полей. Проведено математическое описание расчета динамики Λ -системы методом матрицы плотности и методом квантовых траекторий.

Во второй части диссертации с использованием техники расчета, описанной в части I проведено моделирование спектров темных резонансов в многоуровневых атомах на примере паров Самария, взаимодействующих с двумя монохроматическими полями. Показано, что резонансы КПН в отсутствие внешнего магнитного поля хорошо аппроксимируются простой четырехуровневой моделью. Также показано, что при наложении продольного или поперечного магнитных полей спектроскопические характеристики атомов самария хорошо описываются семиуровневой моделью. Показано, что в присутствии магнитного поля на форму линии поглощения и контраст резонансов КПН существенное влияние оказывает явление деполяризации магнитных подуровней. Рассчитаны и сопоставлены с экспериментальными данными коэффициенты поглощения паров с учетом максвелловского распределения атомов по скоростям. Показано, что изменение температуры ведет к изменению абсолютной величины коэффициента поглощения, но практически не сказывается на его форме. Полученные результаты обсуждаются в разделе Выводы к части II.

Третья часть диссертации посвящена взаимодействию трехуровневой Λ -системы с ЧМ полем. С этой целью представлена и проанализирована эффективная двухчастотная модель, позволяющая описать взаимодействие Λ -системы с ЧМ полем, путем замены ЧМ спектра на два эффективных монохроматических поля. Параметры этих полей зависят от параметров ЧМ поля. Эффективность двухчастотной модели продемонстрирована путем сравнения результатов, полученных с ее помощью, с результатами решения точной задачи о взаимодействии Λ -системы с ЧМ полем, решаемой при помощи метода матрицы плотности. Показано, что полученные при помощи двухчастотной модели результаты, качественно подтверждают образо-

вание в экспериментальных спектрах дополнительных резонансов КПН на частотах кратных частоте модуляции. Также получены теоретические результаты для случая высокочастотной модуляционной спектроскопии, полностью воспроизводящие экспериментальные зависимости. Полученные результаты обсуждаются в разделе Выводы к части III.

В Заключении обсуждаются основные результаты диссертационной работы, делаются выводы и формулируются защищаемые положения.

В приложении А дано описание особенностей резонансов КПН на фоне доплеровски уширенной линии в магнитных полях.

Часть I

Математическая техника расчета эффекта КПН в многоуровневых системах

Описание динамики квантовых систем при наличии релаксационных процессов требует модификации динамических уравнений по сравнению с их обычной формой, излагаемой в традиционных учебниках по квантовой механике и применимой только к замкнутым системам без релаксации. Если динамика замкнутых систем задаётся оператором энергии, применяемым к волновым функциям, то в системах с релаксацией она может быть представлена лишь преобразованиями, применяемыми к операторам матрицы плотности или динамическим переменным, т.е. супероператорными преобразованиями. Простейшие преобразования этого типа возникают и в системах без релаксации при их описании в терминах матриц плотности, в частности, при рассмотрении квантового уравнения Лиувилля $\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \mathcal{L}_0 \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]$. Супероператорное преобразование представлено здесь лиувиллианом \mathcal{L}_0 , который с точностью до мнимого множителя $-i/\hbar$ описывается коммутатором с гамильтонианом \hat{H} , примененным к матрице плотности $\hat{\rho}$.

Чтобы ввести соответствующие супероператоры безотносительно к преобразуемым операторам, достаточно ввести *символ подстановки* \odot , обозначающий место подстановки преобразуемого оператора, в качестве которого в представлении Шредингера выступает матрица плотности. Далее можно пользоваться правилами обращения с символическими выражениями, вытекающими из общих определений алгебры линейных операторов [9], которые вполне очевидны. Например,

$$[\hat{A}_2, [\hat{A}_1, \odot]] = \hat{A}_2(\hat{A}_1 \odot - \odot \hat{A}_1) - (\hat{A}_1 \odot - \odot \hat{A}_1) \hat{A}_2 = \hat{A}_2 \hat{A}_1 \odot - \hat{A}_1 \odot \hat{A}_2 - \hat{A}_2 \odot \hat{A}_1 + \odot \hat{A}_1 \hat{A}_2.$$

В символическом представлении лиувиллиан замкнутой системы имеет вид $\mathcal{L}_0 = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \odot]$. При наличии релаксационных процессов динамика атомной системы задается уравнением Лиувилля [29]:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \mathcal{L}_{tot} \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \mathcal{L}_r \hat{\rho}, \quad (4)$$

где \mathcal{L}_r — супероператор, описывающий релаксационные процессы. Подробное обсуждение типов релаксационных процессов можно найти, например, в работе [30].

Как и любые линейные операторы, после введения линейного базиса на линейном пространстве квантовых операторов супероператоры могут быть представлены в виде соответствующих им матриц. Использование данной техники символического представления супероператоров эффективно при расчете систем любой размерности, особенно для расчета многоуровневых систем. В частности, в силу большой размерности задач даже простое выписывание матриц, описывающих эволюционные супероператоры, становится технически сложной задачей. Однако, при использовании символического представления супероператоров, благодаря физически прозрачной форме записи, они могут быть сначала записаны в символической форме, после чего их матричные элементы могут быть рассчитаны либо аналитически, либо численно

(в случае матриц большой размерности) на компьютере. При этом технические трудности их воспроизведения полностью переносятся на автоматические компьютерные вычисления, так что результаты этих вычислений могут быть легко использованы для численного расчёта рассматриваемых прикладных задач с использованием наиболее подходящего языка программирования. В диссертации для расчетов использовалась комбинация пакета компьютерной алгебры Mathematica (для аналитического задания супероператоров) и языка программирования Фортран (для последующих численных расчётов спектров с использованием рассчитанных матриц динамических супероператоров).

Глава 1

Расчет лиувиллиана N -уровневого атома

1.1 Расчет лиувиллиана N -уровневого атома с использованием символического представления

Лиувиллиан N -уровневого атома в лазерном поле в приближении вращающегося поля, также как и в двухуровневом случае может быть представлен в виде суммы вкладов

$$\mathcal{L}_{tot} = \mathcal{L}_r + \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_\delta + \mathcal{L}_i, \quad (1.1)$$

где \mathcal{L}_r — супероператор радиационного затухания, \mathcal{L}_e — супероператор упругой дефазировки, \mathcal{L}_i — супероператор взаимодействия с лазерным полем и \mathcal{L}_δ — супероператор лазерной расстройки, дополняющий выбранный супероператор невозмущенной эволюции до супероператора свободной динамики атома в нулевом лазерном поле. Последний включает соответствующие расстройки всех действующих лазерных полей с учетом того, что свободная прецессия с частотами этих полей включена в супероператор невозмущенной динамики.

Радиационное затухание представляется лиувиллианом, скомбинированным из супероператора перехода населенностей, представленного проектором $\hat{P}_{lk} \odot \hat{P}_{kl}$, и супероператора затухания поляризации, представленного антикоммутатором $[\hat{P}_{kk}, \odot]_+$:

$$\mathcal{L}_r = \sum_{kl} \gamma_{kl} \left(\hat{P}_{lk} \odot \hat{P}_{kl} - \frac{1}{2} [\hat{P}_{kk}, \odot]_+ \right), \quad (1.2)$$

где двумерный массив γ_{kl} описывает скорости спонтанного распада для $k > l$ и скорости накачки для $k < l$.

Упругая дефазировка представлена супероператором \mathcal{L}_e , выражающимся через квадраты коммутаторов и определяемым конкретной моделью дефазировки. Для его

конкретизации целесообразно выделить два различных типа дефазировки. В первом случае рассматривается только внутренняя дефазировка в системе двух электронных состояний k и $l > k$. Тогда, в соответствии с микроскопической природой упругой дефазировки, обусловленной слабыми столкновениями [10, 11], как случайной модуляции частоты перехода, она описывается соответствующим случайным супероператором частотного сдвига $-(i/2)\xi(t)[\hat{P}_{kk} - \hat{P}_{ll}, \odot]$, где $\xi(t)$ — флуктуационное смещения частоты перехода. Результирующий усредненный по флуктуациям случайной фазы релаксационный супероператор имеет вид

$$\mathcal{L} = -(\Gamma_{\text{in}}^{kl}/4) [\hat{n}_{kl}, \odot]^2,$$

где $\hat{n}_{kl} = \hat{P}_{ll} - \hat{P}_{kk}$ — оператор инверсии населенностей kl -подсистемы и Γ_{in}^{kl} — соответствующая скорость дефазировки. Этот тип чистой дефазировки связан не только с дефазировкой самого kl -перехода, но и вносит вклад в дефазировку всех переходов, смежных с рассматриваемым. Тем не менее, удобно выделить дефазировку только выделенного kl -перехода, используя разложение

$$[\hat{n}_{kl}, \odot]^2 = 4(\hat{P}_{kk} \odot \hat{P}_{ll} + \hat{P}_{ll} \odot \hat{P}_{kk}) + [\hat{I}_{kl}, \odot]^2,$$

где $\hat{I}_{kl} = \hat{P}_{ll} + \hat{P}_{kk}$ — оператор суммарной населенности kl -подсистемы. Соответствующий вклад первого члена

$$\mathcal{L}_{\text{in}}^{kl} = -\Gamma_{\text{in}}^{kl}(\hat{P}_{kk} \odot \hat{P}_{ll} + \hat{P}_{ll} \odot \hat{P}_{kk}) \quad (1.3)$$

описывает чисто внутреннюю дефазировку без влияния на смежные переходы. Если использовать все независимые параметры Γ_{in}^{kl} , то возможно представить дефазировку всех переходов, используя только соотношение (1.3). Однако, для простоты отображения физической природы дефазировки, удобно ввести другой вклад, связанный с одинаковой дефазировкой через оба k -й и l -й уровень любого другого уровня в отсутствие воздействия на сам kl -переход, т.е. “внешнюю” дефазировку:

$$\mathcal{L}_{\text{ex}}^{kl} = -\Gamma_{\text{ex}}^{kl} [\hat{I}_{kl}, \odot]^2, \quad (1.4)$$

где Γ_{ex}^{kl} — соответствующая скорость дефазировки. Соответственно, полный супероператор упругой дефазировки описывается суммой

$$\mathcal{L}_e = \sum_{k < l} (\mathcal{L}_{\text{in}}^{kl} + \mathcal{L}_{\text{ex}}^{kl}). \quad (1.5)$$

Супероператор лазерной расстройки зависит от типа рассматриваемого резонанса и обычно может быть записан в форме антисимметрического супероператора, представленного в виде коммутатора с операторами населенностей

$$\mathcal{L}_\delta = i \sum_k \delta_k (\hat{P}_{kk} \odot - \odot \hat{P}_{kk}), \quad (1.6)$$

где δ_k — массив частотных расстроек.

Взаимодействие с лазерным полем может быть представлено в форме антисимметрического коммутатора с операторами поляризации

$$\mathcal{L}_i = -\frac{i}{2} \sum_{k < l} \Omega_{kl} \left[(\hat{P}_{kl} + \hat{P}_{lk}), \odot \right], \quad (1.7)$$

где Ω_{kl} — двумерный массив частот Раби kl -переходов.

После введения символического представления полного эволюционного супероператора (1.1) и его составляющих (1.2), (1.5)–(1.7) могут быть рассчитаны $N^2 \times N^2$ -матричные представления $L_t, L_r, L_e, L_\delta, L_i$ с использованием формулы

$$L_{mn} = (\hat{e}_m, \mathcal{L} \hat{e}_n), \quad (1.8)$$

где $\{\hat{e}_k\}$ — ортонормированный базис, а скобки описывают скалярное произведение двух операторов вида $\text{Tr}(\hat{A}^+ \hat{B})$, антилинейное по первому сомножителю и линейное по второму.

Базис $\{\hat{e}_k\}$ удобно взять эрмитовым и выразить через операторы \hat{P}_{kl} -переходов, представленные $N \times N$ -матрицами с единственным ненулевым kl -элементом $P_{kl}(k, l) = 1$. Удобно также предположить, что нумерация уровней выбрана в соответствии с возрастанием их энергий $E_1 \leq E_2 \leq \dots \leq E_N$. Тогда соответствующий базис строится следующим образом:

$$\hat{e}_{j(k,l)} = \begin{cases} \hat{P}_{kk}, & k = l; \\ \frac{\hat{P}_{kl} + \hat{P}_{lk}}{\sqrt{2}}, & k < l; \\ -i \frac{\hat{P}_{kl} - \hat{P}_{lk}}{\sqrt{2}}, & k > l, \end{cases} \quad (1.9)$$

где $j(k, l)$ — нумерующий индекс, т.е. взаимно-однозначное отображение двумерного множества чисел $kl: k, l = 1, N$ в одномерный индекс $j = 1, N^2$. Он, в частности, может быть конкретизирован следующим, универсальным для любых N , образом:

$$j = \begin{cases} k, & k = l; \\ (2k - 1)N - (k + 1)^2 + k + 2l, & k < l; \\ (2l - 1)N - (l + 1)^2 + l + 2k + 1, & k > l, \end{cases}$$

что для $N = 2, 3, 4$ соответствует следующим матрицам $j_N = (j_N(k, l))$:

$$j_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad j_3 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 8 \\ 7 & 9 & 3 \end{pmatrix}, \quad j_4 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 6 & 2 & 11 & 13 \\ 8 & 12 & 3 & 15 \\ 10 & 14 & 16 & 4 \end{pmatrix}.$$

Базис (1.9) является эрмитовым и ортонормирован по отношению к описанному выше скалярному произведению (\hat{A}, \hat{B}) , так что $(\hat{e}_m, \hat{e}_n) = \delta_{mn}$ для всех $m, n = 1, N^2$.

Изложенная техника эффективна для аналитических расчетов, связанных с решением как проблемы стационарного состояния, так и полной спектральной задачи для эволюционного супероператора \mathcal{L}_{tot} [12, 13].

1.2 Лиувиллиан 3-х уровневого атома в случае двух полей

Анализ Λ -резонанса в случае достаточно большого расщепления нижних подуровней $\omega_{12} \gg \Gamma_{31}, \Gamma_{32}, g_{13}, g_{23}$ может выполняться аналогично ДА с использованием приближения вращающихся волн. В качестве гамильтониана невозмущенной динамики при этом используется

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = -\hbar(\omega_{L1}\hat{P}_{11} + \omega_{L2}\hat{P}_{22}),$$

что приводит к прецессии переходов 13, 23 с частотами ω_{L1}, ω_{L2} и перехода 12 с частотой $\omega_{L2} - \omega_{L1}$. При этом гамильтониан взаимодействия с лазерным полем

$$\hat{\mathcal{H}}_i = 2\Re e \left[\mathbf{d}_{13}\hat{P}_{13}(t) + \mathbf{d}_{23}\hat{P}_{23}(t) \right] [\mathbf{E}_{L1}(t) + \mathbf{E}_{L2}(t)]$$

может быть осреднен по осцилляциям поля и их комбинациями, что приводит его к виду

$$\hat{\mathcal{H}}_i = \hbar\Re e \left(g_{13}\hat{P}_{13} + g_{23}\hat{P}_{23} \right). \quad (1.10)$$

Отличие невозмущенного гамильтониана $\hat{\mathcal{H}}_0$ от собственного гамильтониана атома в отсутствие поля и релаксационных процессов учитывается гамильтонианом расстройек

$$\hat{\mathcal{H}}_\delta = \hbar \left(\delta_R\hat{P}_{22} - \delta_L\hat{P}_{33} \right). \quad (1.11)$$

С учетом соответствующих выражениям (1.10), (1.11) рассмотренных в п. 1.1 символических представлений для лиувиллианов $\mathcal{L}_i, \mathcal{L}_\delta$ и матричного представления (1.8) полного лиувиллиана (1.1) в базисе (1.9) получаем

$$L_{tot} = \begin{pmatrix} -w & \gamma_{12} & \gamma_{31} & 0 & 0 & 0 & \frac{g_{13}}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ w & -\gamma_{12} & \gamma_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{g_{23}}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\gamma_{31} - \gamma_{32} & 0 & 0 & 0 & -\frac{g_{13}}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{g_{23}}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{12} & \delta_R & 0 & \frac{g_{23}}{2} & 0 & \frac{g_{13}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\delta_R & -\Gamma_{12} & -\frac{g_{23}}{2} & 0 & \frac{g_{13}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{g_{23}}{2} & -\Gamma_{13} & -\delta_L & 0 & 0 \\ -\frac{g_{13}}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{g_{13}}{\sqrt{2}} & -\frac{g_{23}}{2} & 0 & \delta_L & -\Gamma_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{g_{13}}{2} & 0 & 0 & -\Gamma_{23} & -\delta_L - \delta_R \\ 0 & -\frac{g_{23}}{\sqrt{2}} & \frac{g_{23}}{\sqrt{2}} & -\frac{g_{13}}{2} & 0 & 0 & 0 & \delta_L + \delta_R & -\Gamma_{23} \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

где g_{13}, g_{23} – частоты Раби переходов $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ и $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$, соответственно; γ_{31}, γ_{32} – радиационные скорости распада возбужденного состояния $|3\rangle$ в низколежащие уровни $|1\rangle$ и $|2\rangle$; γ_{12} и w скорости распада и накачки уровня $|1\rangle$ через уровень $|2\rangle$. В данном выражении дефазировки переходов определяются скоростями распада образующих их уровней и вкладом чистой дефазировки:

$$\Gamma_{13} = \frac{w + \gamma_{31} + \gamma_{32}}{2} + \Gamma_{13}^e, \quad \Gamma_{23} = \frac{\gamma_{12} + \gamma_{31} + \gamma_{32}}{2} + \Gamma_{23}^e, \quad \Gamma_{12} = \frac{w + \gamma_{12}}{2} + \Gamma_{12}^e.$$

В реальном эксперименте отсутствие столкновений с атомами буферного газа, т. е. в случае использования кювет с чистыми парами активных атомов, величинами $\Gamma_{13}^e, \Gamma_{23}^e$ можно пренебречь. В отличие от дипольных переходов на переходе 12 основную роль играет чистая дефазировка $\Gamma_{12}^e \gg \gamma_{12}, w$, которая в отсутствие буферного газа моделирует конечность времени нахождения атомов в области их взаимодействия с полем (смысл использования буферного газа состоит в увеличении этого времени). Вклад самых малых параметров γ_{12}, w в дефазировку дипольных переходов тем более не существенен.

1.3 Расчет средних значений

Среднее значение оператора произвольной динамической переменной \hat{A} в представлении взаимодействия записывается в виде

$$\langle \hat{A}(t) \rangle = \text{Tr } S_{tot}(t) \hat{\rho}_0 \mathcal{U}_0^{-1}(t) \hat{A} \mathcal{U}_0(t), \quad (1.13)$$

где $S_{tot} = \exp(\mathcal{L}_{tot}t)$, $\mathcal{L}_{tot} = \mathcal{L}_r + \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_i + \mathcal{L}_\delta$ полный супероператор возмущенной эволюции и соответствующий ей лиувиллиан. Равновесные значения атомных пере-

менных при этом задаются выражением

$$\langle \hat{A} \rangle = \text{Tr} \hat{\rho}_{\text{st}} \hat{A}(t) = \langle 0 | \hat{A}(t) \rangle, \quad (1.14)$$

где $\hat{\rho}_{\text{st}}$ стационарная матрица плотности и $\langle 0 |$ соответствующий ей вектор при матричном представлении супероператоров.

Основные свойства эффекта КПН, как известно, определяются величиной поглощения приложенного поля, которое пропорционально среднему значению оператора населённости возбужденного уровня $\hat{A}(t) \equiv n_3$ в случае трехуровневой системы. Зависимость этой величины от времени в адиабатическом приближении определяется нестационарностью квазиравновесного состояния $\langle 0 |$, зависящего от времени в случае нестационарности лиувиллиана \mathcal{L}_{tot} , обусловленного, например, флуктуациями приложенного поля. Выражение для величины поглощения приложенного поля в случае Λ -резонанса записывается в виде:

$$W_L = \hbar \Im m (\omega_{L1} g_{13} \langle \hat{\sigma}_{13}^+ \rangle + \omega_{L2} g_{23} \langle \hat{\sigma}_{23}^+ \rangle) \approx \hbar (\omega_{L1} \gamma_{31} + \omega_{L2} \gamma_{32}) n_3, \quad (1.15)$$

где $\langle \hat{\sigma}_{13}^+ \rangle$, $\langle \hat{\sigma}_{23}^+ \rangle$ описывают усредненные положительно-частотные операторы комплексных амплитуд переходов 1–3 и 2–3, соответственно. Для расчета стационарных средних значений $\langle \hat{\sigma}_{13}^+ \rangle$, $\langle \hat{\sigma}_{23}^+ \rangle$ или n_3 требуется рассчитать соответствующее векторное представление $\langle 0 |$ стационарной матрицы плотности $\hat{\rho}_{\text{st}}$, разрешив соответствующее уравнение

$$\langle 0 | \mathcal{L}_{\text{tot}} = 0 \quad (1.16)$$

В рассматриваемом базисе (1.9) с $\hat{e}_1 = \hat{P}_{11}$, $\hat{e}_2 = \hat{P}_{22}$, $\hat{e}_3 = \hat{P}_{33}$ первые три элемента вектора $\langle 0 |$ описывают населенности и должны быть соответственно нормированы, так что бра-вектор стационарной матрицы плотности $\langle 0 |$ следует использовать в нормированной форме $\langle 0 | \rightarrow \langle 0 | / (\langle 0 |_1 + \langle 0 |_2 + \langle 0 |_3)$, автоматически обеспечивающим и правильный знак рассчитываемых величин. Средние значения населенностей при этом совпадают с соответствующими компонентами: $\langle \hat{n}_k \rangle = \langle 0 |_k$, $k = 1, 3$, а комплексные амплитуды переходов выражаются через соответствующие компоненты с $k > 3$:

$$\langle \hat{\sigma}_{13}^+ \rangle = \frac{\langle 0 |_6 + i \langle 0 |_7}{\sqrt{2}}, \quad \langle \hat{\sigma}_{23}^+ \rangle = \frac{\langle 0 |_8 + i \langle 0 |_9}{\sqrt{2}}, \quad \langle \hat{\sigma}_{12}^+ \rangle = \frac{\langle 0 |_4 + i \langle 0 |_5}{\sqrt{2}}.$$

Приведенные соотношения позволяют выразить поглощение в аналитическом виде, удобном как для численных расчетов, так и для качественного анализа.

Для проведения численных расчетов была написана универсальная программа на языке Фортран для расчета населенностей уровней, коэффициентов поглощения и дисперсии в произвольной N -уровневой системе, пригодная для использования и при больших значениях $N > 10$. Ее важной особенностью является использование

минимально необходимого числа входных параметров, которое существенно меньше числа $N^2 \times N^2$ матричных элементов лиувиллиана в рассматриваемом обобщении лиувиллиана (4) за счёт отсутствия необходимости выписывания вручную всех элементов динамической матрицы \mathcal{L}_{tot} , которая в соответствии с (1.1)–(1.7) фактически содержит огромное число нулевых вкладов.

Глава 2

Математическое описание методов расчета временной динамики Λ -системы

В диссертации будут рассмотрены два метода численного расчета временной динамики Λ -системы, взаимодействующей как с двумя монохроматическими полями, так и с ЧМ полем. Первый метод основан на точном решении уравнения для матрицы плотности (4) (будем называть его *метод матрицы плотности*) а второй базируется на решении уравнения Шредингера методом квантовых траекторий (будем называть его *метод квантовых траекторий*) [31–34].

Преимущество метода квантовых траекторий проявляется для систем с числом состояний $N \gg 1$, и состоит в бóльшей эффективности времени расчетов, по сравнению с методом матрицы плотности для таких систем. В самом деле, волновая функция описывается только N компонентами, в то время, как матрица плотности – N^2 . Выигрыш во времени при расчете методом квантовых траекторий для систем с большим N оценен в работе [34]. Несмотря на то, что метод квантовых траекторий выгоден для расчета многоуровневых систем, он должен быть сначала проверен на примере простой трехуровневой системы. С этой целью все расчеты в диссертации проведены двумя методами.

2.1 Метод матрицы плотности

В методе матрицы плотности динамика квантовой системы описывается матрицей плотности, а временная эволюция определяется кинетическим уравнением (4).

Релаксационная составляющая \mathcal{L}_r кинетического оператора в (4) была записана выше в виде (1.2), однако для сравнения методов матрицы плотности и квантовых траекторий перепишем \mathcal{L}_r традиционной математической форме Линдблада [35]:

$$\mathcal{L}_r = -\frac{1}{2} \sum_m (\hat{C}_m^\dagger \hat{C}_m \odot + \odot \hat{C}_m^\dagger \hat{C}_m) + \sum_m \hat{C}_m \odot \hat{C}_m^\dagger, \quad (2.1)$$

где \odot — символ подстановки матрицы плотности $\hat{\rho}$, \hat{C}_m оператор взаимодействия с резервуаром, \hat{C}_m^\dagger — оператор эрмитово сопряженный \hat{C}_m .

В зависимости от физической природы процесса число операторов \hat{C}_m в выражении 2.1 может меняться от одного до бесконечности. Например, в случае спонтанной эмиссии в 2-х уровневой системе существует только один оператор, поскольку рассматривается только один канал распада. Этот оператор имеет вид $\hat{C}_1 = \Gamma^{1/2} \hat{\sigma}^-$, где $\hat{\sigma}^- = |g\rangle \langle e|$ — оператор атомного перехода из основного состояния $|g\rangle$ в возбужденное $|e\rangle$. Число операторов \hat{C}_m входящих в (2.1) соответствует числу различных каналов распада, поскольку каждый из операторов соответствует определенному каналу распада (см. примеры в [34]).

В трехуровневой Λ -системе операторы \hat{C}_m учитывают такие процессы релаксации, как спонтанный распад с верхнего уровня $|3\rangle$, некогерентный распад и некогерентная накачка нижних уровней $|1\rangle$, $|2\rangle$. Число операторов \hat{C}_m , описывающих эти процессы, в данном случае, равно четырем. Операторы \hat{C}_1 и описывают спонтанный распад с уровня $|3\rangle$ на основные уровни $|1\rangle$ и $|2\rangle$, операторы \hat{C}_3 и \hat{C}_4 описывают распад и накачку уровня $|1\rangle$ через уровень $|2\rangle$:

$$\begin{aligned} \hat{C}_1 &= (\gamma_{31})^{1/2} \hat{P}_{13}, C_1^\dagger = (\gamma_{31})^{1/2} \hat{P}_{31}; & \hat{C}_2 &= (\gamma_{32})^{1/2} \hat{P}_{23}, C_2^\dagger = (\gamma_{32})^{1/2} \hat{P}_{32}; \\ \hat{C}_3 &= (\gamma_{21})^{1/2} \hat{P}_{12}, C_3^\dagger = (\gamma_{21})^{1/2} \hat{P}_{21}; & \hat{C}_4 &= (\mu_{12})^{1/2} \hat{P}_{21}, C_4^\dagger = (\mu_{12})^{1/2} \hat{P}_{12}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где \hat{P}_{kl} — операторы переходов, представленные в общем случае матрицами с единственным ненулевым kl -элементом $\hat{P}_{kl}(k, l) = 1$.

С использованием (2.1), (2.2) выражение для релаксационной составляющей $\mathcal{L}_r \hat{\rho}$ в уравнении (4) примет вид:

$$\mathcal{L}_r \hat{\rho} = \begin{pmatrix} -\mu_{12}\rho_{11}(t) + \gamma_{21}\rho_{22}(t) + \gamma_{31}\rho_{33}(t) & -0.5(\gamma_{21} + \mu_{12})\rho_{12}(t) & -0.5(\gamma_{31} + \gamma_{32} + \mu_{12})\rho_{13}(t) \\ -0.5(\gamma_{21} + \mu_{12})\rho_{12}(t) & \mu_{12}\rho_{11}(t) - \gamma_{21}\rho_{22}(t) + \gamma_{32}\rho_{33}(t) & -0.5(\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{21})\rho_{23}(t) \\ -0.5(\gamma_{31} + \gamma_{32} + \mu_{12})\rho_{13}(t) & -0.5(\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{21})\rho_{23}(t) & -(\gamma_{31} + \gamma_{32})\rho_{33}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

где γ_{31} , γ_{32} — скорости спонтанного распада, γ_{12} и μ_{12} — скорости распада и накачки уровня $|1\rangle$ через уровень $|2\rangle$, соответственно.

Зная гамильтониан системы \hat{H} и выражение для релаксационной составляющей $\mathcal{L}_r \rho$ можно решить уравнение для матрицы плотности (4) и рассчитать необходимые характеристики системы.

2.2 Метод квантовых траекторий

Метод квантовых траекторий [31–34] вместо изменения матрицы плотности рассматривает статистически эквивалентную стохастическую временную эволюцию волновой функции, и усреднение результатов выполняется методом Монте Карло.

Моделирование данной эволюции на интервале дискретизации dt , обеспечивающее эквивалентность динамики волновой функции кинетическому уравнению (4), включает две составляющих: 1) непрерывное изменение текущего состояния; 2) квантовые скачки, происходящие случайным образом, с определенной вероятностью.

Предположим, что в момент времени t система находится в состоянии $|\psi(t)\rangle$. Тогда непрерывная часть эволюции описывается волновой функцией $|\psi^{(1)}(t)\rangle$, подчиняющейся уравнению Шредингера

$$|\psi^{(1)}(t + \delta t)\rangle \approx \left(1 + \frac{1}{i\hbar} \hat{H} dt\right) |\psi(t)\rangle \quad (2.4)$$

с неэрмитовым гамильтонианом

$$\hat{H} = \hat{H} - \frac{i\hbar}{2} \sum_m \hat{C}_m^\dagger \hat{C}_m. \quad (2.5)$$

Поскольку гамильтониан \hat{H} неэрмитов, новая волновая функция не нормирована и квадрат ее нормы равен $\langle \psi^{(1)}(t + dt) | \psi(t + dt) \rangle = 1 - \delta p$, где δp имеет вид:

$$\delta p = \sum_m \delta p_m = dt \sum_m \langle \psi(t) | \hat{C}_m^\dagger \hat{C}_m | \psi(t) \rangle, \quad (2.6)$$

При этом величина шага dt должна удовлетворять неравенству $\delta p \ll 1$.

Скачкообразная компонента описывается вероятностью скачка δp . В случае его отсутствия с вероятностью $1 - \delta p$ волновая функция $|\psi^{(1)}(t + \delta t)\rangle$ должна быть перенормирована на 1, после чего она будет отображаться соответствующей нормированной функцией $|\psi(t + \delta t)\rangle$. При наличии скачка происходит переход волновой функции в состояние $C_m |\psi(t)\rangle$ с относительной вероятностью $\delta p_m / \delta p$. Таким образом, в момент времени $t + \delta t$ мы имеем одну из нормированных волновых функций:

- с вероятностью $1 - \delta p$ нет скачка, и $|\psi(t + \delta t)\rangle = |\psi^{(1)}(t + \delta t)\rangle (1 - \delta p)^{-1/2}$,
- с вероятностью δp_m есть скачок, и $|\psi(t + \delta t)\rangle = \hat{C}_m |\psi(t)\rangle (\delta p_m / \delta p)^{-1/2}$.

Часть II

Моделирование спектров темных резонансов в многоуровневых атомах на примере паров Самария

Глава 3

Выбор исследуемой модели и постановка задачи

3.1 Атомная система

Как уже отмечалось во введении в ФИАНе им.П.Н.Лебедева, в рамках проекта по изучению возможности метрологических применений резонансов КПН в парах редкоземельных атомов, методами нелинейной спектроскопии высокого разрешения проводились эксперименты по изучению свойств паров самария (Sm) в области линий переходов, образующих Λ -систему (рис.4.1a):

$$4f^6 6s^2 ({}^7F_0) \rightarrow 4f^6 ({}^7F) 6s 6p ({}^3P^0) {}^9F_1^0 \rightarrow 4f^6 6s^2 ({}^7F_1). \quad (3.1)$$

Структура исследуемых уровней Sm такова, что помимо уровней, образующих Λ -систему, существует не участвующий в возбуждении уровень $4f^6 6s^2$ ($J = 2$) на который идут радиационные распады с верхнего уровня Λ -системы (см. рис.4.1). Кроме того, заселение уровня $J = 2$ идет через процессы некогерентной накачки со стороны нижних уровней образующих Λ -систему. Уровень $J = 2$ играет роль резервуара и его наличие превращает Λ -систему в открытую. Представляет интерес изучить влияние этого уровня на свойства резонанса КПН в этой системе. Дальнейшее усложнение системы уровней Sm наблюдается при наложении магнитного поля, которое снимает вырождение уровней с $J \neq 0$. Система превращается в многоуровневую (рис. 5.2, в которой уровни, не участвующие в образовании Λ -системы, также играют роль резервуара. С целью изучения особенностей образования КПН в парах Sm. Рассчитывались населенности уровней Λ -системы, коэффициенты поглощения и дисперсия пробной и зондирующей волн и исследовалось их изменение и возникновение КПН при различных напряженностях действующих лазерных полей (частотах Раби), различных частотных расстройках, а также зависимость КПН от скоростей распада нижних уровней и вероятности распада верхнего возбужденно-

го состояния. Расчеты проводились на основе данных эксперимента, проведенного группой С.И.Канорского [36] в Физическом Институте им. П. Н. Лебедева РАН.

3.2 КПН в рамках четырехуровневой модели

В обсуждаемом эксперименте в парах самария помимо активных уровней, образующих Λ -систему, в процесс формирования резонансов КПН вовлечён уровень $4f^66s^2$ ($J = 2$), хотя и не участвующий напрямую в возбуждении верхнего уровня, но поглощающий часть населённости за счёт радиационного распада (рис. 4.1а). Кроме того, заселение уровня $J = 2$ идет через процессы некогерентной накачки со стороны нижних уровней, образующих Λ -систему. Уровень $J = 2$, таким образом, для процессов формирования КПН в выделенной Λ -системе играет роль резервуара и его наличие превращает Λ -систему в открытую. В отсутствие магнитного поля данная четырёхуровневая модель учитывает все основные механизмы, определяющие эффекты КПН.

Для сравнения с экспериментальными данными необходим соответствующий набор характеристик атома самария и параметров эксперимента, которые суммированы в табл. 3.1, 3.2, 3.3. В табл. 3.1 приведены силы осцилляторов интересующих нас переходов, а в табл. 3.2 — энергии и g -факторы нижних метастабильных уровней с $J = 0, 1, 2$ и верхнего уровня Λ -системы. Для метастабильных уровней также приведены их относительные населенности при $T = 600^\circ \text{C}$ (см. [15]).

Таблица 3.1: Длины волн и силы осцилляторов активных переходов.

Переход	Длина волны λ , нм	Сила осциллятора gf
$6s^2 (J = 0) \rightarrow 6s6p (J = 1)$	672,5875	$8,5 \times 10^{-3}$
$6s^2 (J = 1) \rightarrow 6s6p (J = 1)$	686,0927	$9,5 \times 10^{-3}$

Дипольный момент d , частоты Раби Ω и скорости распадов γ рассчитываются по формулам

$$|d_{JJ'}|^2 = (3\hbar e^2/2m)(2J+1)|f_{JJ'}|/\omega_{JJ'},$$

$$\Omega_{JJ'} = d_{JJ'}E/\hbar, \quad \gamma_{JJ'} = 4d_{JJ'}^2\omega^3/3\hbar c^3,$$

где m и e масса и заряд электрона, соответственно, c — скорость света, $\omega_{JJ'}$ — частота перехода и $|f_{JJ'}|$ — сила осциллятора перехода $J \rightarrow J'$. Напряженности электрического поля рассчитываются по формуле $\sqrt{2W/c\epsilon_0}$ и принимают значения примерно $E_{L1} = 270 \text{ В/м}$ и $E_{L2} = 390 \text{ В/м}$, при плотностях мощности излучения лазеров на входе в кювету $W_{L1} = 0,1 \text{ мВт/мм}^2$ и $W_{L2} = 0,2 \text{ мВт/мм}^2$, соответственно [8]. Данные расчета представлены в табл. 3.3.

Таблица 3.2: Энергетические уровни самария, задействованные в спектре поглощения.

Четные уровни $4f^6 6s^2 ({}^7F)$				Нечетный уровень $4f^6 ({}^7F) 6s 6p ({}^3P^o) {}^9F_1^o$		
J	Энергия, см^{-1}	g	Относительная населенность при $T = 600^\circ \text{C}$	J	Энергия, см^{-1}	g
0	0,00	—	1,0			
1	292,58	1,50	0,6	1	14863,85	3,10
2	811,92	1,50	0,24			

Таблица 3.3: Параметры, определяющие возбуждение Λ -системы.

Частота Раби, с^{-1}	Скорость радиационного распада, с^{-1}	Скорость дефазировки, с^{-1}
$\Omega_{14} = 0,58 \times 10^7$	$\gamma_{41} = 0,42 \times 10^6$	$\Gamma_{12} = 2,4 \times 10^4$
$\Omega_{24} = 0,83 \times 10^7$	$\gamma_{42} = 0,45 \times 10^6$	$\Gamma_{23} = 1,6 \times 10^4$
—	$\gamma_{43} = 0,42 \times 10^6$	—

Напряженность магнитного поля составляла 15 Э в случае продольного магнитного поля и 29 Э в случае поперечного. При этом для продольного магнитного поля зеемановское расщепление, рассчитанное по формуле $\Delta = egH/2mc$, составляло $\Delta' = 1,98 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$ для уровня $6s6p$ и $\Delta'' = 4,09 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$ для уровня $6s^2$. Для поперечного магнитного поля $\Delta' = 2,50 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$ для уровня $6s6p$ и $\Delta'' = 5,17 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$ для уровня $6s^2$.

3.3 Учет эффекта Доплера

Техника расчета, описанная в разделе 1.1, позволяет получить зависимости коэффициента поглощения лазерного излучения для покоящегося атома в зависимости от расстройки первого поля δ_L и рамановской расстройки δ_R . В эксперименте с полем взаимодействуют движущиеся атомы, поэтому на коэффициент поглощения среды оказывает влияние эффект Доплера, приводящий в отсутствие упрощений к необходимости выполнения расчётов сразу для континуума расстроек. Его учет в настоящей работе производился следующим упрощённым образом, качественно соответствующим рассмотрению [14], но без использования приближённой замены максвел-

ловского распределения по скоростям лоренцевским.

Частота лазерного поля, с которым взаимодействует атом, движущийся в произвольном направлении, в соответствии с учетом эффекта Доплера первого порядка дается формулой $\omega_{1,2} = \omega_{Lj} + \delta_{Lj}$, где $\delta_{Lj} = \omega_{Lj}v_n/c$, $j = 1, 2$ — расстройки компонент бигармонического лазерного поля, v_n — проекция скорости движущегося атома на вектор \vec{n} распространения пучков лазерного поля.

Число частиц газа при температуре T , движущихся со скоростью v_k определяется максвелловским распределением по частотам [10]:

$$\frac{dN}{d\delta_L} = \frac{N}{\sqrt{\pi}} \exp \left[- \left(\frac{\delta_L}{\Delta\omega_D} \right)^2 \right] \frac{d\delta_L}{\Delta\omega_D}, \quad \Delta\omega_D = \omega_{L1}v_0/c.$$

где $\delta_L = \omega - \omega_{L1}$ и $v_0 = \sqrt{2kT/m}$.

При этом рамановская расстройка $\delta_R = \omega_{L2} - \omega_{L1} - \Delta$ при сонаправленном распространении лазерных пучков приближённо считается постоянной для частиц, движущихся с разными скоростями. Поэтому зависимость коэффициента поглощения поля ω_{L1} от рамановской расстройки при сканировании поля ω_{L2} дается формулой:

$$K_D(\delta_R) = \int K(\delta_L, \delta_R) \frac{dN}{d\delta_L} d\delta_L, \quad (3.2)$$

где $K(\delta_L, \delta_R)$ — коэффициент поглощения покоящегося атома.

Глава 4

Экспериментальная регистрация резонансов КПН в парах самария

Как уже отмечалось во Введении, самарий является перспективным кандидатом для изучения возможностей метрологических применений резонансов КПН в парах редкоземельных атомов методами нелинейной спектроскопии высокого разрешения. Диаграмма энергетических уровней атома самария приведена на рис. 4.1. В эксперименте проводилось изучение поглощения паров самария в области линий переходов

$$4f^6 6s^2(^7F_0) \leftrightarrow 4f^6(^7F) 6s 6p(^3P^o)^9 F_1^o \leftrightarrow 4f^6 6s^2(^7F_1), \quad (4.1)$$

образующих Λ -систему.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 4.2. В качестве источников излучения использовались два полупроводниковых лазера (1,2) с внешними резонаторами, настроенные на резонансные длины волн 672 нм и 686 нм. Лазеры собраны по схеме Литтрова с коллимирующим асферическим объективом и голографической дифракционной решеткой 1800 линий/мм. Диапазон свободной перестройки лазеров составляет около 5 ГГц. В одночастотном режиме лазер на частоте 672 нм излучает 2,5 мВт, а лазер на частоте 686 нм — около 12 мВт.

Спектры интересующих нас переходов в самарии подробно исследованы в работе [15] методами субдоплеровской спектроскопии насыщенного поглощения. В указанной работе определены относительные изотопические сдвиги и сверхтонкое расщепление уровней с точностью 1–2 МГц. Установлено, что линии изотопа ^{154}Sm (22,75%) смещены относительно спектральных линий остальных изотопов (^{144}Sm — 3,07%, ^{147}Sm — 14,99%, ^{148}Sm — 11,24%, ^{149}Sm — 13,82%, ^{150}Sm — 7,38%, ^{152}Sm — 26,75%) на 1 ГГц в красную область спектра, что позволяет осуществлять надежную привязку к переходам в этом изотопе. Однако присутствие других изотопов слегка изменяет крылья линии рабочего перехода.

Пары Sm создаются в кювете из нержавеющей стали (7) длиной 50 см со стеклянными окошками на торцах. Кювета снабжена системой откачки и системой напуска

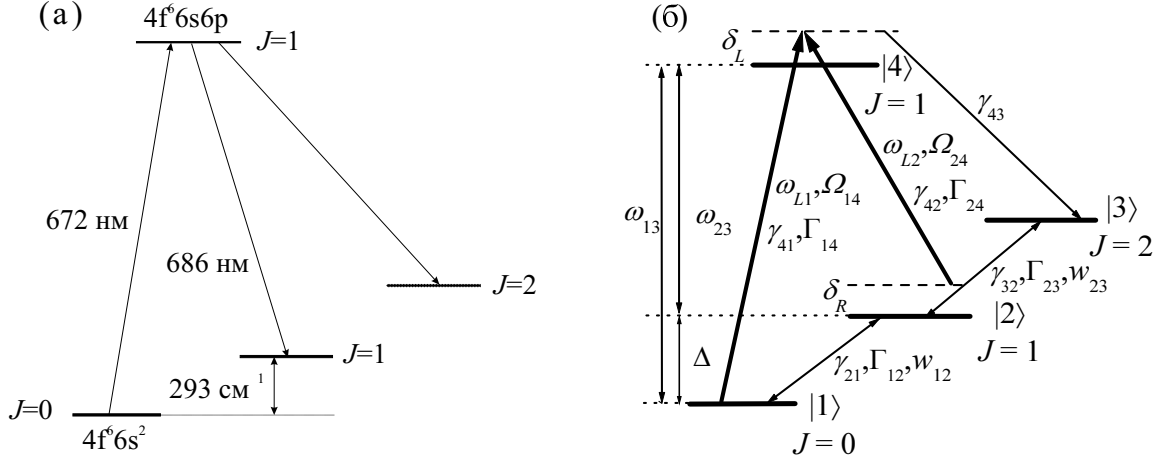


Рис. 4.1: Диаграмма энергетических уровней атома самария (а) и параметры, используемые в расчетах (б). Здесь ω_{L1} , ω_{L2} — частоты лазерных полей; Ω_{14} , Ω_{24} — соответствующие частоты Раби; δ_L , δ_R — расстройка резонанса на переходе $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ и рамановская расстройка; γ_{41} , γ_{42} , γ_{43} — скорости радиационного распада возбужденного состояния на уровни $|1\rangle$, $|2\rangle$ и $|3\rangle$; Γ_{14} , Γ_{24} , Γ_{12} и Γ_{23} — скорости дефазировки переходов $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ и $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$, $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ и $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$; γ_{32} — скорость распада уровня $|3\rangle$.

буферного газа. Несколько грамм Sm помещается в центр кюветы. Нагрев кюветы производится в центральной 15-см части с помощью коаксиального нагревателя (8) (~ 500 Вт), питаемого постоянным током. Остаточное магнитное поле в кювете составляет доли эрстеда. Кювета помещена внутрь двух пар колец Гельмгольца (9) диаметром 30 см, позволяющих создавать в центральной части кюветы продольное и поперечное магнитное поле до 40 Э. Для получения заметного поглощения кювета нагревалась до температуры около 1000 К [8]. Концентрация паров при этой температуре составляла около $10^{11} - 10^{12}$ см $^{-3}$.

Лазер на 672 нм настроен на центр перехода $4f^6 6s^2(^7F_0) \leftrightarrow 4f^6 6s 6p(^9F_1^o)$ в ^{154}Sm и привязан к пику пропускания стабилизированного 1-метрового конфокального интерферометра (12) с высокой долговременной стабильностью (около 5 МГц/час). При этом ширина спектра генерации лазера составляет менее 0,5 МГц. Лазер на 686 нм медленно перестраивается в области перехода $4f^6 6s^2(^7F_1) \leftrightarrow 4f^6 6s 6p(^9F_1^o)$ так, чтобы пройти точку $\delta_R = 0$. Изменение частоты генерации лазера контролируется с помощью 0,5-метрового конфокального интерферометра (13) с добротностью около 20 и областью свободной дисперсии 149,8 + 0,1 МГц. Модовый состав излучения лазеров контролируется с помощью спектроанализатора (14) с добротностью 50 и областью свободной дисперсии 8 ГГц. Все интерферометры оптически изолированы от лазеров для предотвращения возникновения обратной связи. Линейно поляризованное излу-

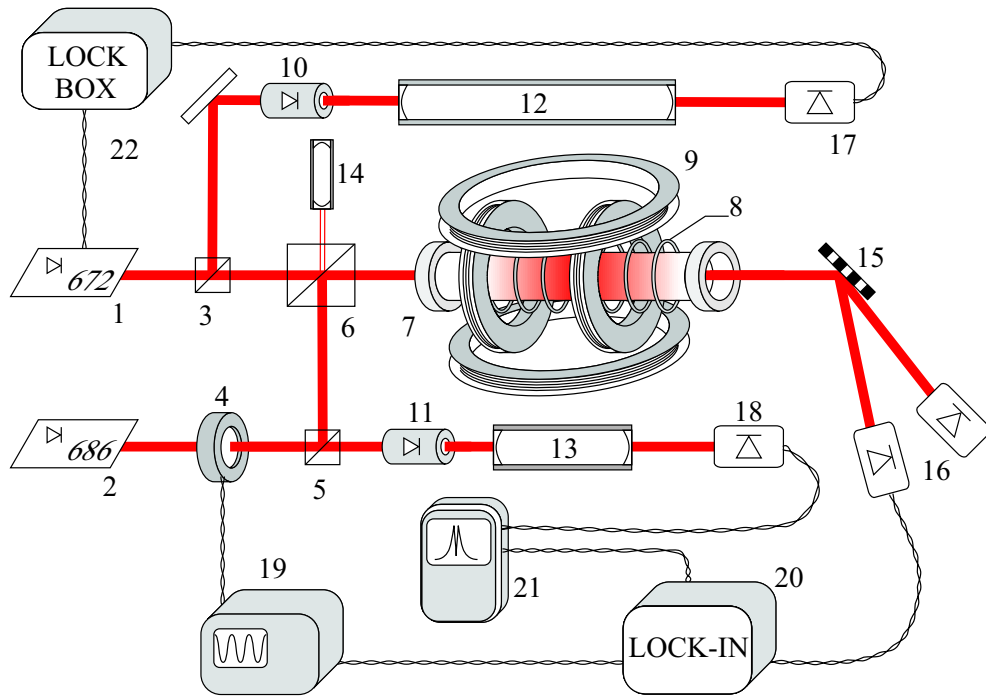


Рис. 4.2: Экспериментальная установка для спектроскопии темных резонансов в парах самария. 1 и 2 — полупроводниковые лазеры с частотой 672 и 686 нм, соответственно, 3 и 5 — светоделительные кубики, 4 — модулятор на частоте 600 Гц, 6 — поляризационный кубик, 7 — кювета с парами самария, 8 — коаксиальный нагреватель, 9 — кольца Гемгольца, 10,11 — оптические изоляторы, 12 — конфокальный интерферометр с областью свободной дисперсии $74,35 \pm 0,01$ МГц, 13 — конфокальный интерферометр с областью свободной дисперсии $149,8 \pm 0,1$ МГц, 14 — спектроанализатор, 15 — решетка с 2400 штрихов/мм, 16–18 — фотодиоды, 19 — генератор, 20 — синхронный детектор, 21 — запоминающий осциллограф, 22 — электронный блок привязки лазера на частоте 672 нм к пику пропускания интерферометра (12).

чение лазеров сводится на поляризационном кубике (6) в один пучок (с точностью 10^{-3} рад), и направляется в кювету с парами самария. При этом плоскости поляризации пучков ортогональны. На входе в кювету плотность мощности излучения лазера на 672 нм составляет $0,1$ мВт/мм², а для лазера на 686 нм — $0,2$ мВт/мм². После выхода из кюветы пучки разделяются с помощью голографической дифракционной решетки 2400 линий/мм (15) и поступают в систему регистрации (16, 20, 21).

Поскольку КПН связано с взаимодействием атомной системы с бихроматическим световым полем, в эксперименте регистрировалась только добавка к поглощению лазерного излучения на длине волны 672 нм, связанная с наличием второго лазерного поля. Для этого перед входом в кювету пучок лазера на 686 нм модулировался с помощью жидкокристаллического модулятора (4) с частотой $f_m = 600$ Гц, а регистрировался сигнал на той же частоте модуляции в канале лазера на 672 нм. Нали-

чие широких крыльев избыточного поглощения обусловлено влиянием столкновений с буферным газом [16]. Спектры наведенного поглощения регистрировались как при нулевом магнитном поле, так и при наложении продольного или поперечного магнитного поля. В экспериментах во внешнем поперечном магнитном поле его направление выбиралось вдоль направления поляризации лазера на длине волны 672 нм.

Глава 5

Результаты моделирования спектров КПН в парах самария

В результате расчета, основанного на описанной в разделе 1.1 технике, получены коэффициенты поглощения покоящегося атома самария в рамках трех- и четырехуровневой моделей (рис. 5.1а и 5.1б, соответственно).

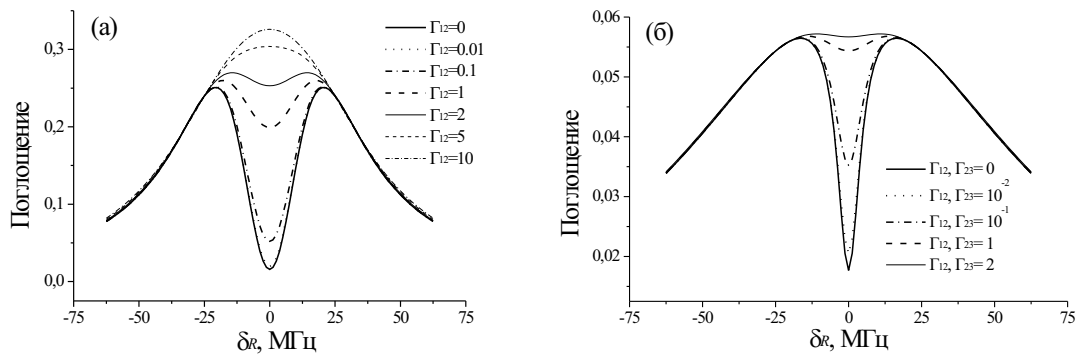


Рис. 5.1: Коэффициент поглощения пробного поля в трехуровневой (а) и четырехуровневой (б) системе как функция рамановской расстройки δ_R при $\delta_L = 0$ и различных скоростях дефазировки (с^{-1}). Соответствующие схемы уровней приведены на рис. 1, 4.1.

Анализ приведенных зависимостей показывает, что введение четвертого уровня $J = 2$ в трехуровневую модель практически не меняет ширину резонанса, в то время как полное поглощение четырехуровневой системы по величине значительно меньше, чем в случае трехуровневой. Это происходит за счет захвата населенности на уровне $J = 2$ через соответствующий канал радиационного распада.

5.1 Модификация спектров в магнитном поле

При наложении магнитного поля рассмотренная выше трехуровневая система атома самария превращается в семиуровневую за счёт расщепления уровней с $J = 1$. Уровень $|3\rangle$ расщепляется на три компоненты (рис. 5.2), в связи с чем существуют три перехода на уровень $|1\rangle$, разрешенные правилами отбора для радиационных переходов, и вероятность каждого из них составляет $1/3$ полной вероятности перехода $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$. Аналогично уровень $|2\rangle$ также расщепляется на три компоненты, и на переходе $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, согласно правилам отбора, образуются 6 переходов, вероятность каждого из которых составляет, соответственно, $1/6$ полной вероятности перехода $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$.

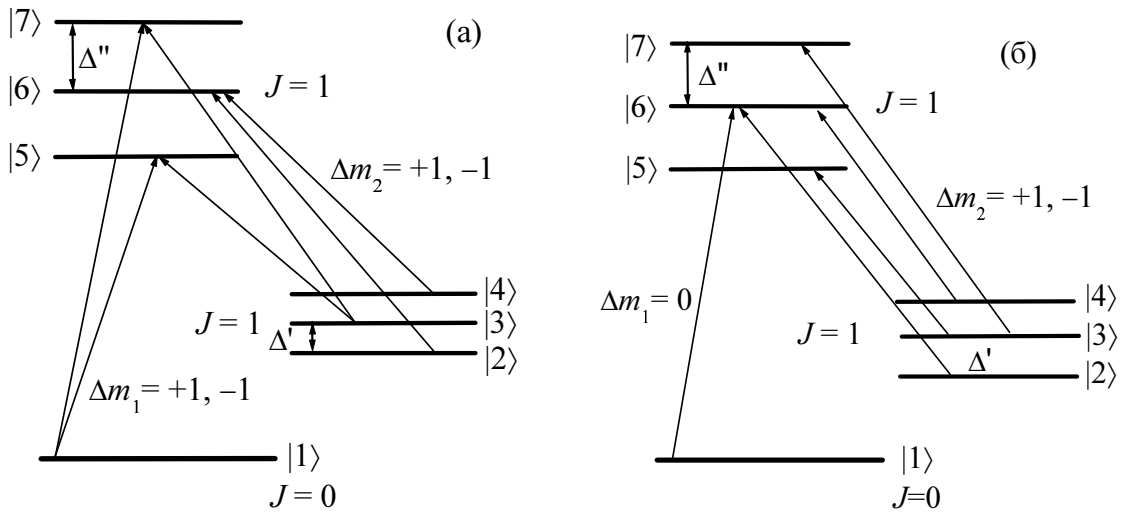


Рис. 5.2: Схема Λ -системы атома самария при наложении: а) продольного магнитного поля для линейных ортогональных поляризаций лазерных пучков (правила отбора для первого поля $\omega_{L1} - \Delta m_1 = \pm 1$, для второго поля $\omega_{L2} - \Delta m_2 = \pm 1$); б) поперечного магнитного поля (правила отбора для первого поля $\omega_{L1} - \Delta m_1 = 0$, для второго поля $\omega_{L2} - \Delta m_2 = \pm 1$). Δ' и Δ'' — величины зеемановского расщепления нижнего и верхнего уровней с $J \neq 0$, соответственно.

Дополнительным каналом распада в многоуровневых системах по сравнению с трехуровневой системой является столкновительная деполяризация [17]. Деполяризация атома при столкновении с другим атомом связана с переходами между состояниями с разными проекциями атома на выделенное направление. При наложении магнитного поля столкновения будут вызывать переходы между зеемановскими подуровнями с различными значениями проекции магнитного момента для каждого мультиплетта $|m\rangle \rightleftharpoons |m \pm 1\rangle$. При столкновениях с изменением проекции момента разрушается когерентность между нижними уровнями Λ -системы, что влияет на величину резонанса КПН. Для проведения теоретических расчетов использовались

численные данные, приведенные в разделе 3.2. В расчетах этот процесс учитывался введением константы деполаризации G между уровнями каждого мультиплета, которая рассматривалась нами как подгоночный параметр, изменяемый в диапазоне $G = 0 \div 80\gamma_{41}$.

При дальнейшем рассмотрении мы будем различать две конфигурации приложенного магнитного поля — продольную, когда магнитное поле направлено вдоль оси z согласно правилам отбора разрешены переходы с $\Delta m = \pm 1$ и поперечную, когда магнитное поле направлено перпендикулярно оси z согласно правилам отбора разрешены переходы с $\Delta m = \pm 1, 0$.

5.1.1 Случай продольного магнитного поля

Схема уровней для продольной конфигурации полей приведена на рис. 5.2а. Для линейно поляризованных полей, согласно правилам отбора в рассматриваемой системе разрешены шесть переходов, т.к. $E_1 \perp H$ ($\Delta m_1 = \pm 1$) и $E_2 \perp H$ ($\Delta m_2 = \pm 1$). Переходы $|1\rangle \leftrightarrow |5\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |5\rangle$, $|1\rangle \leftrightarrow |7\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |7\rangle$ образуют две Λ -системы, переходы $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$ и $|4\rangle \leftrightarrow |6\rangle$ также разрешены правилами отбора, однако, в образовании Λ -систем не участвуют, но ответственны за образование дополнительных пиков поглощения (см. приложение 8).

На рис. 5.3 приведена соответствующая данной конфигурации зависимость коэффициента поглощения покоящегося атома самария от рамановской расстройки δ_R (сплошная линия) без учета деполаризации ($G_{\text{магн}} = 0$).

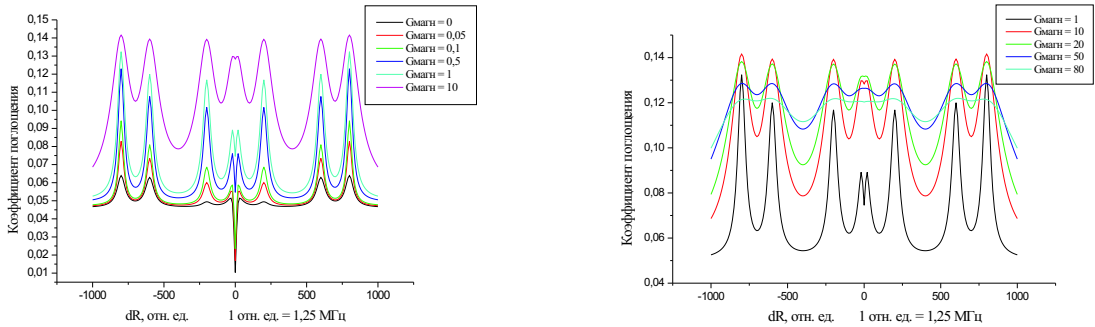


Рис. 5.3: а) Зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки δR ($\delta L = 0$) для значений константы деполаризации магнитных подуровней $G_{\text{магн}}$ от 0 до 10 γ_{41} , б) Зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки δR ($\delta L = 0$) для значений константы деполаризации магнитных подуровней $G_{\text{магн}}$ от 1 до 80 γ_{41} .

Дополнительным каналом распада в многоуровневых системах по сравнению с трехуровневой системой является столкновительная деполаризация. Деполаризация

атома при столкновении с другой атомной частицей связана с переходами между состояниями с разными проекциями атома на выделенное направление. При наложении магнитного поля столкновения будут вызывать переходы между зеемановскими подуровнями с различными значениями проекции магнитного момента для каждого мультиплета. В рассматриваемом случае резонанс КПН будет возникать при когерентной суперпозиции уровней $|1\rangle$ и $|3\rangle$ (рис. 5.2а). При столкновениях с изменением проекции момента разрушается когерентность между уровнями $|1\rangle$ и $|3\rangle$ в связи с изменением населенности уровня $|3\rangle$. На рис. 5.3а и рис. 5.3б приведены результаты расчета коэффициента поглощения 7-и уровневой системы с учетом деполяризации магнитных подуровней, константа деполяризации $G_{\text{Магн}}$ менялась от 0 до 10 (рис. 5.3а)) и от 1 до 80 (рис. 5.3б)). Как видно из этих рисунков процесс деполяризации приводит, во-первых, к росту наведенного поглощения, а, во-вторых, к монотонному уменьшению контраста резонанса КПН. Влияния деполяризации на ширины резонанса КПН практически не наблюдается.

С использованием формулы (3.2) и рассчитанного поглощения покоящегося атома был рассчитан коэффициент поглощения среды. На рис. 5.4а приведены зависимости коэффициента поглощения среды при $\omega_{L1} = \text{const}$ и $\delta_L = 0$ от рамановской расстройки δ_R для двух значений температур — $T_1 = 873$ К, соответствующего условиям эксперимента, и $T_2 = 10$ К.

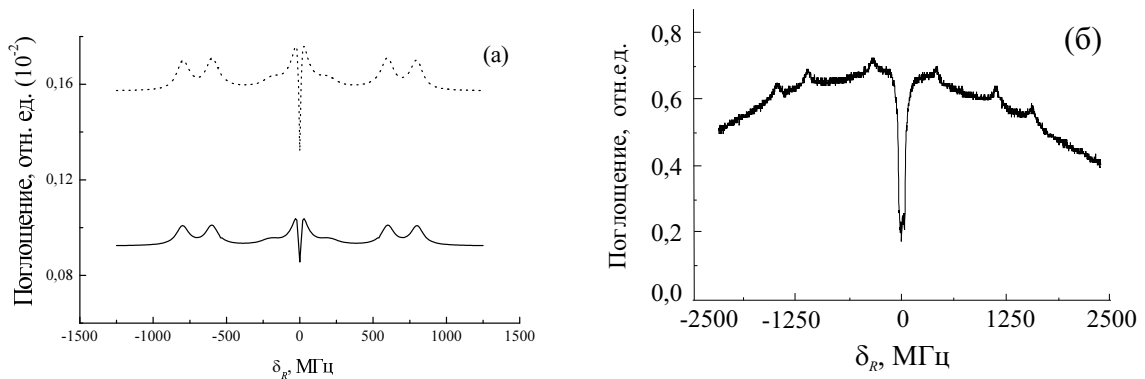


Рис. 5.4: а) Теоретическая зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки δ_R в продольном магнитном поле с учетом эффекта Доплера для двух значений температур $T = 10$ К (точки) и $T = 873$ К (сплошная линия). б) Экспериментальная зависимость коэффициента поглощения в продольном магнитном поле с напряженностью 29 Э и давлении 0,2 Торр буферного газа Ar.

Изменение температуры приводит к изменению абсолютной величины коэффициента поглощения, но практически не сказывается на его форме. Это происходит за счет того, что при повышении температуры возрастает вклад атомов, взаимодей-

ствующих с полем при больших лазерных расстройках, что понижает поглощение $K(\delta_L, \delta_R)$.

Для сравнения на рис. 5.4б приведен экспериментальный спектр поглощения пробного лазерного поля (672 нм, $\delta_L = 0$), полученный путем сканирования частоты второго управляющего поля. Как видно из рис. 5.4, типичная ширина экспериментально наблюдаемых резонансов КПН составляет $5 \div 6$ МГц, что согласуется с теоретическими расчетами. Ввиду того, что измеряется поглощение поля на фиксированной частоте ω_{L1} , находящейся в резонансе с атомным переходом, полная ширина контура поглощения как функции рамановской расстройки δ_R неограниченно велика.

Оценки, приведенные в приложении 8, показывают, что при наложении продольного магнитного поля должно наблюдаться расщепление резонанса КПН на величину $2\Delta'\omega_{12}/\omega_{13}$. Экспериментально наблюдаемое положение резонансов КПН полностью согласуется с этими результатами и расщепление составляет порядка 3 МГц.

Наблюдаемые в эксперименте широкие крылья контура поглощения при больших рамановских расстройках δ_R связаны с влиянием столкновений [16], а именно, с возможностью переходов атомов из разных скоростных групп в группу резонансную со световым полем [18]. В приведённых расчетах данный механизм не учитывался.

5.1.2 Случай поперечного магнитного поля

Энергетическая диаграмма уровней для атома самария в поперечном магнитном поле показана на рис. 5.2б. В поперечном магнитном поле H_\perp линейно поляризованное излучение лазера с ω_{L1} (вектор H_\perp лежит в плоскости поляризации) может вызывать только переходы с $\Delta m = 0$ (π -компоненты). В то же время излучение лазера с ω_{L2} с плоскостью поляризации, ортогональной H_\perp , вызывает переходы с $\Delta m = \pm 1$ (σ -компоненты). В этом случае образуются две Λ -системы: переходы $|1\rangle \leftrightarrow |6\rangle$, $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |6\rangle$, $|4\rangle \leftrightarrow |6\rangle$; переходы $|3\rangle \leftrightarrow |5\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |7\rangle$ в образовании Λ -системы не участвуют.

Для случая наложения поперечного магнитного поля, аналогично разделу 5.1.1 были рассчитаны коэффициенты поглощения покоящегося атома, изучено влияние деполяризации и рассчитаны коэффициенты поглощения среды с учетом влияния эффекта Доплера.

Особенностью спектров поглощения в поперечном магнитном поле является расщепленная линия резонанса КПН, величина расщепления которого совпадает с величиной зеемановского расщепления подуровней $|2\rangle$ и $|4\rangle$ уровня $J = 1$: $\Delta\omega = 2\Delta'$ (см. приложение 8).

На рис. 5.5 сопоставлены экспериментальные данные с результатами теоретического расчета коэффициента поглощения среды для случая поперечного магнитного поля. Как и в случае продольного магнитного поля, положение и ширина резонансов

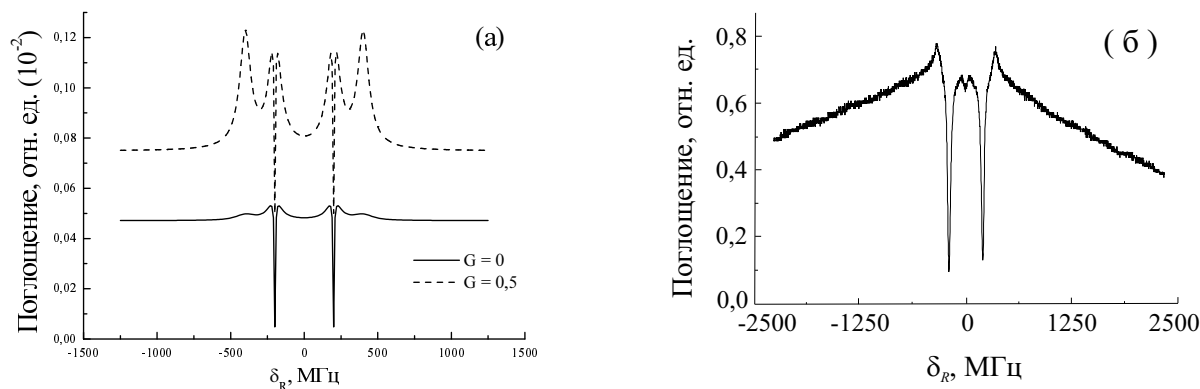


Рис. 5.5: а) Теоретическая зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки δ_R в поперечном магнитном поле с учетом эффекта Доплера при $T = 873\text{К}$ для двух значений деполяризации магнитных подуровней. б) Экспериментальная зависимость коэффициента поглощения в поперечном магнитном поле с напряженностью 29 Э и давлении 0,2 Торр буферного газа Ar.

КПН совпадают с теоретическими расчетами (см. приложение 8).

Деполяризация магнитных подуровней проявляется аналогично случаю продольного магнитного поля (см. раздел 5.1.1). Максимальное значение контраста резонанса достигается при $G_{\text{магн}} = 0$, с ростом $G_{\text{магн}}$ контраст резонанса падает, а его ширина при этом практически не меняется (рис. 5.6).

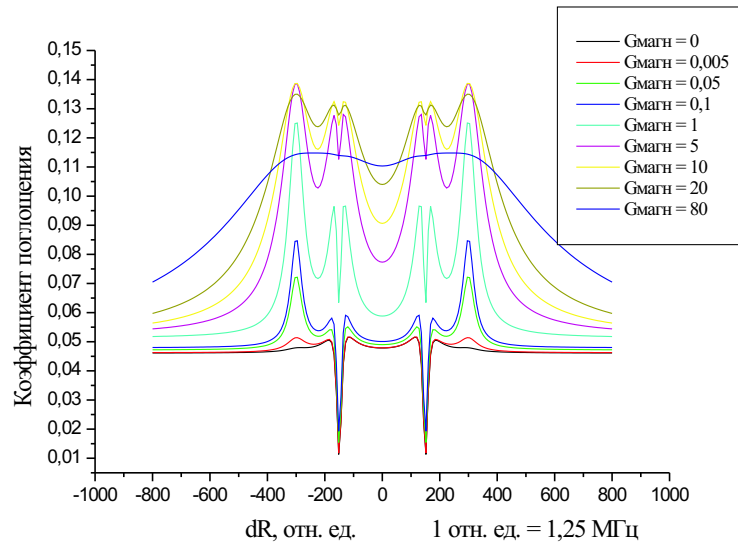


Рис. 5.6: Зависимость коэффициента поглощения семиуровневой системы от рамановской расстройки δR ($\delta L = 0$) для значений константы деполяризации магнитных подуровней $G_{\text{магн}}$, изменяющейся от 0 до $80\gamma_{41}$.

Выводы к части II

Таким образом, в данной работе представлена теоретическая модель для описания КПН в многоуровневых системах, позволяющая производить расчеты с использованием минимального набора входных параметров. Её применение к анализу спектроскопических характеристик КПН в парах самария показывает, что резонансы КПН в отсутствие внешнего магнитного поля хорошо аппроксимируются простой четырехуровневой моделью.

При наложении продольного или поперечного магнитных полей спектроскопические характеристики атомов самария хорошо описываются семиуровневой моделью. Усложнение энергетической структуры уровней атомов самария приводит к увеличению числа резонансов КПН и появлению дополнительных пиков поглощения в спектрах за счёт того, что рассматриваемая система распадается на набор трехуровневых Λ -систем, каждая из которых отвечает за формирование соответствующего резонанса. При этом переходы между уровнями, прямо не участвующими в образовании Λ -систем, участвуют в формировании пиков наведенного поглощения.

Показано, что в присутствии магнитного поля на форму линии поглощения и контраст резонансов КПН существенное влияние оказывает явление деполяризации магнитных подуровней, проявляющееся как монотонное падение контраста резонансов КПН с ростом константы деполяризации.

Рассчитаны и сопоставлены с экспериментальными данными коэффициенты поглощения паров с учетом максвелловского распределения атомов по скоростям. Показано, что изменение температуры ведет к изменению абсолютной величины коэффициента поглощения, но практически не сказывается на его форме.

При наличии поперечного магнитного поля результаты численных расчетов полностью воспроизводят экспериментальные данные как в отношении положения и ширины резонансов КПН, так и в отношении формы спектров. Для продольного же магнитного поля качественные теоретические оценки подтверждают наблюдаемое в эксперименте расщепление резонанса КПН на малую величину ~ 3 МГц, однако его воспроизведение при численном расчете требует выхода за рамки приближений [14], обычно используемых для описания эффектов влияния доплеровского уширения на формирование спектров КПН.

Основные результаты, представленные в этой части, опубликованы в работах [47–53]

Часть III

Модуляционная спектроскопия темных резонансов на примере атома Cs

Глава 6

Выбор исследуемой модели и постановка задачи

Большинство экспериментальных исследований резонансов КПН выполняется с атомами щелочных металлов, наиболее распространенными являются атомы Cs или Rb [1, 6]. Атом цезия широко применяется в подобных экспериментах, по сравнению с другими щелочными атомами, поскольку для атома Cs возможна более точная интерпретация экспериментальных данных по нескольким причинам:

- отсутствие других стабильных изотопов облегчает анализ экспериментальных результатов
- большое расщепление сверхтонких подуровней (около 9.6 ГГц)
- узкая доплеровская ширина линии
- большое давление паров при комнатной температуре

Все это делает атом Cs с экспериментальной точки зрения наиболее предпочтительным для наблюдения темных резонансов. Более того, большое число коммерческих и не дорогих диодных лазеров позволяет сделать двухфотонную спектроскопию атомов Cs интересной для различных приложений. В группе профессора Л. Мои (Университет Сиена, Италия) проводятся два типа экспериментов по наблюдению темных резонансов в постоянном магнитном поле [24]. Оба они основаны на применении одного лазера модулированного по частоте. *Низкочастотная модуляционная спектроскопия* обеспечивает наблюдение темных резонансов в случае, когда ЧМ поле возбуждает переходы только с одного сверхтонкого подуровня либо $F_g = 3 \rightarrow F_e = 2$, либо $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$ (рис. 6.1). Диапазон частот модуляции в случае низкочастотной модуляционной спектроскопии составляет $0.1 \div 1$ МГц. *Высокочастотная модуляционная спектроскопия* обеспечивает наблюдение резонансов КПН при возбуждении двух сверхтонких подуровней (рис. 6.2). Частота модуляции в этом случае равна половине величины сверхтонкого расщепления, 4.6 ГГц для атома Cs.

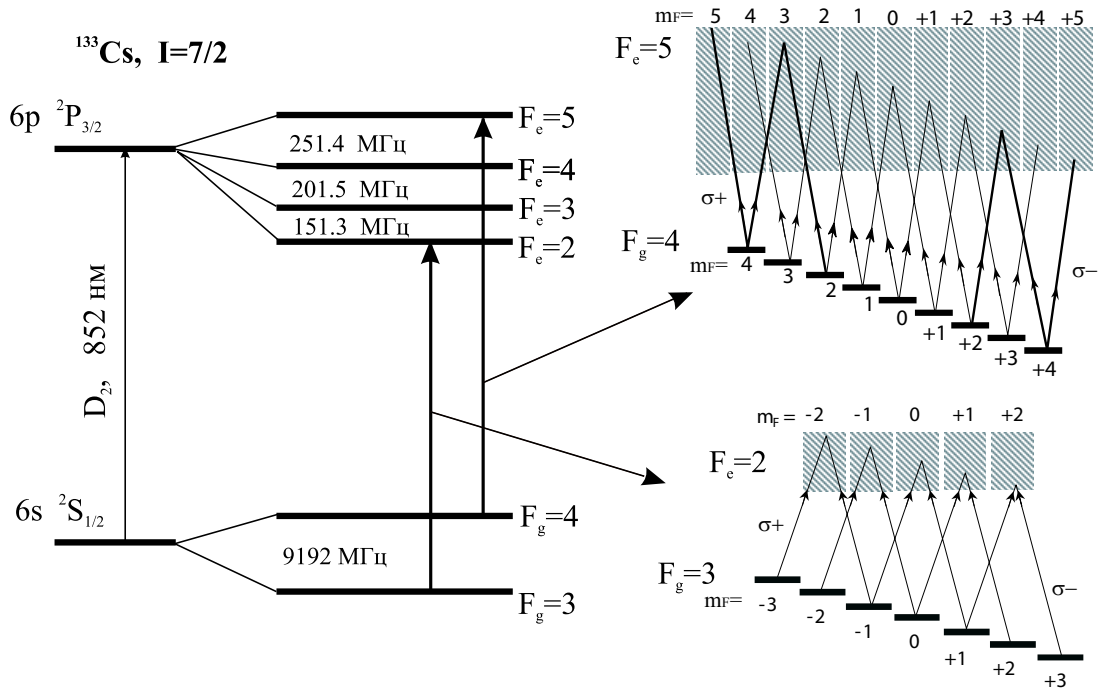


Рис. 6.1: В данной системе существуют два разрешенных перехода: $F_g = 3 \rightarrow F_e = 2$ и $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$. В случае низкочастотной модуляционной спектроскопии атома Cs в образовании Λ -системы задействованы переходы с одного из основных сверхтонких подуровней и в магнитном поле образуются цепочки Λ -систем.

6.1 Атомная среда

Рассмотрим кратко общую картину электростатического и спин-орбитального расщепления уровней в приближении LS -связи. Электростатическое взаимодействие приводит к расщеплению уровня, соответствующего данной электронной конфигурации, на целый ряд уровней, характеризующихся различными значениями полного орбитального момента электронов L и полного спина S . Уровни энергии, соответствующие определенным значениям L и S , называются спектральными термами. Спин-орбитальное взаимодействие приводит к расщеплению термина LS на ряд компонент, соответствующих различным значениям полного момента атома J . Полный момент атома J в соответствии с общим квантовомеханическим правилом сложения моментов может принимать значения в диапазоне $|L - S| \leq J \leq L + S$. В случае $L \geq S$ возможны $2S + 1$ различных значений J , т.е. терм расщепляется на $2S + 1$ различных компонент. Число $2S + 1$, определяющее в этом случае число компонент термина, называется мультиплетностью термина.

Отметим, что энергия изолированного атома не может зависеть от того, каким образом полный угловой момент атома ориентирован в пространстве. Поэтому $2J + 1$ состояний атома, соответствующие различным возможным значениям z -компоненты

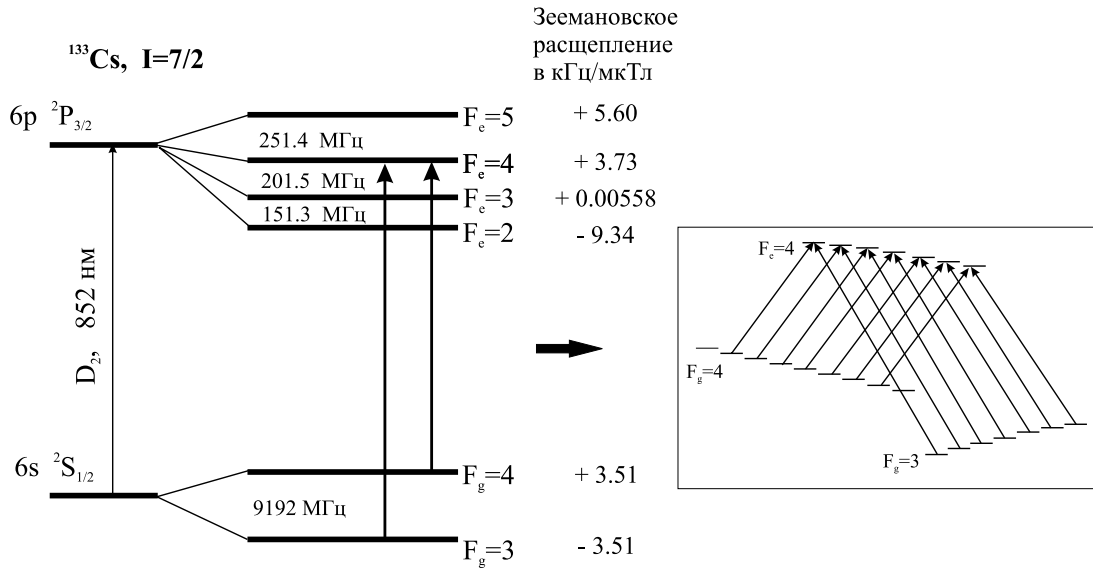


Рис. 6.2: В случае высокочастотной модуляционной спектроскопии атома Cs в образовании Λ -системы задействованы переходы с двух основных сверхтонких подуровней: $F_g = 3 \rightarrow F_c = 4$ и $F_g = 4 \rightarrow F_c = 4$. В магнитном поле система превращается в многоуровневую (7 Λ -систем).

полного момента M , относятся к одному и тому же значению энергии. Другими словами, каждая J -компонента терма вырождена с кратностью, равной $2J + 1$.

Только в том случае, если по какой-либо причине определенное направление в пространстве оказывается выделенным, это имеет место, например, при наложении магнитного поля, вырождение по M снимается и каждая J -компонента в свою очередь расщепляется на $2J + 1$ составляющих.

Для основного состояния цезия, $L = 0$ и $S = 1/2$, следовательно $J = 1/2$; для первого возбужденного состояния $L = 0$ и $S = 1/2$, поэтому $J = 1/2$ или $J = 3/2$. Переход $L = 0 \rightarrow L = 1$ (D линия) расщеплен на две компоненты, D_1 линия ($6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{1/2}$) и D_2 ($6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$) линия. Свойства D_1 и D_2 линий стабильных изотопов атома цезия и основных щелочных атомов, используемых в экспериментах по спектроскопии темных резонансов, приведены в таблице 6.1.

Ядра с отличными от нуля магнитным моментом μ и электрическими квадрупольными моментами $Q_{\alpha\beta}$ испытывают дополнительное взаимодействие с электронной оболочкой

$$W = W_\mu + W_Q = -\mu\mathbf{H} + \frac{1}{6}e \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \quad (6.1)$$

Здесь \mathbf{H} , φ — соответственно напряженность магнитного поля и электростатический потенциал, создаваемый электронами в месте нахождения ядра. Взаимодействие 6.1 приводит к расщеплению уровня с моментом \mathbf{J} на ряд компонент, каждая из которых

Таблица 6.1: Данные для D -линий нескольких стабильных изотопов щелочных атомов, наиболее часто используемых в экспериментах по спектроскопии темных резонансов [39–41].

Изотоп	Δ_{hf} (МГц)	λ_{D1} (нм)	λ_{D2} (нм)
^{23}Na	1771.2	589.8	589.2
^{85}Rb	3035.7	794.8	780.0
^{133}Cs	9192.6	894.4	852.1

соответствует определенному значению полного момента атома \mathbf{F} .

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J}$$

Это расщепление носит название *сверхтонкого*. Уровень J вследствие взаимодействия магнитного момента ядра \mathbf{I} с электронной оболочкой расщепляется на ряд компонент в диапазоне $|J - I| \leq F \leq J + I$.

Для основного состояния Cs $J = 1/2$ и $I = 7/2$, следовательно $F_g = 3, 4$. Для возбужденного состояния в случае D_1 линии $J = 1/2$ и, следовательно $F_e = 3, 4$, а в случае D_2 линии $J = 3/2$ и, следовательно $F_e = 2, 3, 4, 5$.

Схема для переходов D_2 линии Cs показана на рис.???. Спектр флуоресценции состоит из двух линий, каждая линия формируется тремя переходами, которые не разрешены, поскольку доплеровская ширина линии каждого перехода (455 МГц) больше чем расстояние между двумя соседними переходами.

Таким образом можно констатировать, что каждая D_2 линия один закрытый переход — переход при котором однажды возбужденный атом может релаксировать только в основное состояние. В случае атома цезия закрытыми являются переходы $F_g = 3 \rightarrow F_e = 2$ и $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$. Поскольку нет распада с уровня $S_{1/2}$, то его подуровни можно использовать как нижние состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ Λ -системы.

В связи с выше сказанным возможны две конфигурации для создания КПН:

- **Zeeman СРТ**, где $|1\rangle$ и $|2\rangle$ зеемановские подуровни сверхтонкого основного состояния. Так, что когда излучение лазера линейно поляризовано возможны переходы с уровней $|1\rangle = |F_g, m_F\rangle$ и $|2\rangle = |F_g, (m_F + 2)\rangle$ на возбужденный уровень $|3\rangle = |F_e, (m_F + 1)\rangle$, где F_g может быть равно 3 или 4 в зависимости от лазерной отстройки.
- **hf СРТ**, $|1\rangle$ и $|2\rangle$ принадлежат разным сверхтонким основным состояниям, так что $|1\rangle = |F_g = 3, m_3\rangle$ и $|2\rangle = |F_g = 4, m_4\rangle$. $m_3 = m_4$ поскольку в эксперименте используется циркулярная поляризация лазерного излучения.

В обоих случаях верхним состоянием $|3\rangle$ Λ -системы является состояние $6^2P_{3/2}$.

6.2 Зеемановское расщепление сверхтонкой структуры основного состояния атома Cs

В слабом магнитном поле (расщепление мало по сравнению со сверхтонким) происходит расщепление компонент сверхтонкой структуры. Каждый сверхтонкий уровень $|F\rangle$ состоит из $2F + 1$ зеемановских компонент. Величина этого расщепления описывается формулой Брейта-Раби, которая дает более точное выражение, учитывая поправки второго приближения теории возмущений, по сравнению с учетом простого линейного эффекта Зеемана:

$$\nu_{m_F} = -\frac{\nu_{\text{hf}}}{2(2I + 1)} + m_F g_I H \frac{\mu_B}{h} \pm \frac{\nu_{\text{hf}}}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I + 1} x + x^2} \quad (6.2)$$

где H – напряженность магнитного поля, и x задается выражением

$$x = (g_J - g_I) \frac{\mu_B}{h\nu_{\text{hf}}},$$

и величины ядерного спина I , ядерного g -фактора g_I , магнетона Бора μ_B/h , величины сверхтонкого расщепления ν_{hf} , фактора Ланде g_J даны в таблице 6.2 [42].

Таблица 6.2: Данные для ^{133}Cs для обсуждения взаимодействия атома с магнитным полем.

Данные для $^{133}\text{Cs } S_{1/2}$	
g-фактор g_S	2.0023193043737
g-фактор g_L	0.99999587
g-фактор g_I	-0.00039885395 [43]
g-фактор g_J	2.00254032 [43]
Сверхтонкое расщепление ν_{hf}	9.192631770 [44]
Магнетон Бора μ_B/h	139.9624624 Гц/Тл [45]

Таблица 6.3: Коэффициенты A' и A'' для ^{133}Cs в формуле Брейта-Раби.

^{133}Cs	F_g	$A'(\text{MHz/mT})$	$A''(\text{kHz/mT}^2)$	$A'/A''(\text{mT})$
Cs	3	3.5097	2.76	1300
	4	3.4986		

Когда $x \ll 1$ величина расщепления магнитных подуровней для которых $\Delta_{m_F} = 2$ может быть записана в виде

$$\begin{aligned}
\delta\nu &= \delta\nu_{LIN} + \delta\nu_{NLIN} \approx 2A'B - A''(m_{F,i-1} + m_{F,i+1})B^2 \\
A' &= \frac{\mu_B}{h}g_F \\
A'' &= \frac{(\mu_B/h)^2(g_J - g_I)^2}{8\nu_{hf}},
\end{aligned}
\tag{6.3}$$

где $g_F \approx g_J/(2I + 1)$.

Как уже отмечалось выше эффект КПН достигается в том случае, когда возбуждаются зеемановские подуровни принадлежащие одному (Zeeman CPT) или двум (hf CPT) сверхтонким основным состояниям.

Глава 7

Низкочастотная модуляционная спектроскопия темных резонансов на примере атома Cs

В данной главе рассмотрена теория низкочастотной модуляционной спектроскопии темных резонансов на примере трехуровневой системы. В случае низкочастотной модуляционной спектроскопии частота модуляции лежит в диапазоне $kHz \div MHz$ и уровни $|1\rangle$ и $|2\rangle$ соответствуют зеемановским подуровням сверхтонкого основного состояния (либо $F_g = 3$, либо $F_g = 4$) (рис.6.1).

7.1 Взаимодействие Λ -системы с ЧМ полем

Взаимодействие трехуровневой Λ -системы с ЧМ-полем даже в отсутствии шумов, существенно усложняет структуру спектров поглощения, что подтверждается экспериментально [24]. В отличие от случая взаимодействия с двумя монохроматическими полями, когда наблюдается один резонанс КПН, как будет показано ниже, при взаимодействии Λ -системы с ЧМ полем в спектре поглощения наблюдаются дополнительные резонансы.

Эксперименты по ЧМ-спектроскопии темных резонансов проводятся со щелочными атомами (например, Cs, Rb) в слабых магнитных полях. Как было рассмотрено в предыдущей главе, наличие магнитного поля приводит к усложнению энергетической структуры атомов за счет эффекта Зеемана (рис. 7.1). Рассмотрим переход $F_g = 3 \longrightarrow F_e = 2$ в атоме Cs, который является рабочим в эксперименте [24]. Уровни $F_g = 3$ и $F_e = 2$ расщепляются в магнитном поле на $2F + 1$ подуровня каждый. Пары зеемановских подуровней основного состояния $F_g = 3$ с $\Delta m_F = 2$ (m_F -магнитное квантовое число) и зеемановские подуровни возбужденного состояния $F_e = 2$ образуют цепочку Λ -систем. Число Λ -систем в цепочке зависит от полного углового момента

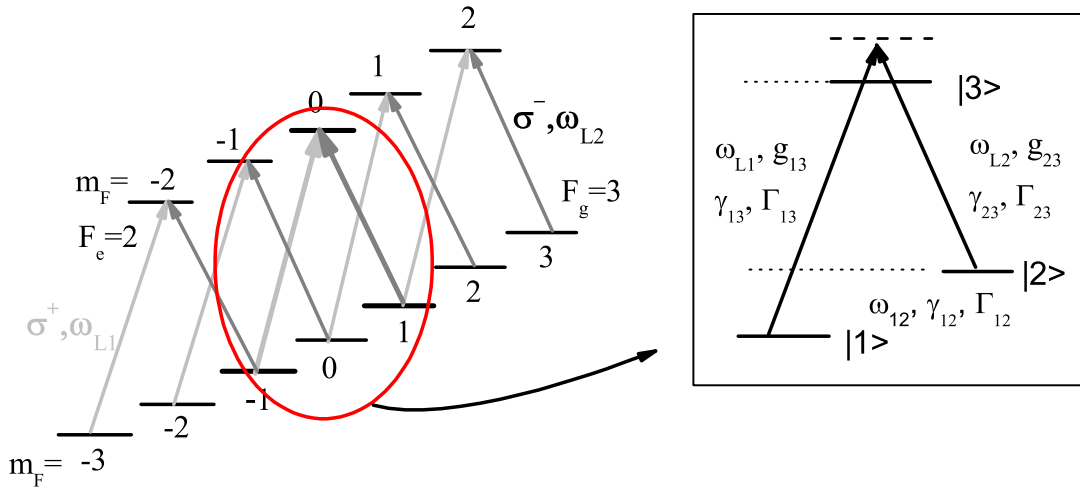


Рис. 7.1: Λ -системы, формируемые зеемановскими подуровнями на $F_g = 3 \rightarrow F_e = 2$ переходах индуцированных σ^+ и σ^- компонентами с соответствующими частотами ω_{L1} и ω_{L2} , чья разность равна расстоянию между зеемановскими подуровнями с $\Delta m_F = 2$. Параметры трехуровневой системы в Λ -конфигурации: ω_{L1} , ω_{L2} – частоты лазерных полей, действующих на переходы в системе; g_{13} , g_{23} – частоты Раби; δ_L – лазерная расстройка от $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ перехода; γ_{31} , γ_{32} скорость распада из возбужденного состояния $|3\rangle$ в низко лежащие уровни $|1\rangle$ и $|2\rangle$; γ_{12} и w скорости распада и накачки уровня $|1\rangle$ через уровень $|2\rangle$, соответственно; Γ_{31} , Γ_{32} и Γ_{12} скорость дефазировки переходов $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, соответственно.

основного состояния. В типичных экспериментах по ЧМ спектроскопии когерентных темных резонансов в атомах Cs атомная среда находится в однородном магнитном поле, величина напряженности которого порядка $10 \mu\text{T}$.

В диодном лазере при модуляции тока с частотой Ω_{mod} происходит как амплитудная модуляция (АМ, характеризующаяся индексом амплитудной модуляции R), так и частотная модуляция (ЧМ, характеризующаяся индексом частотной модуляции M). Поле в случае гармонической модуляции, как не трудно рассчитать, имеет вид:

$$\begin{aligned}
 E(t) &= E_0[1 + R \sin(\Omega_{mod}t + \Psi)] \exp[i(\omega_0 t + M \sin \Omega_{mod}t)] + k.c. = \\
 &= \frac{E_0}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \exp(i(\omega_0 + n\Omega_{mod})t) + c.c.
 \end{aligned}
 \tag{7.1}$$

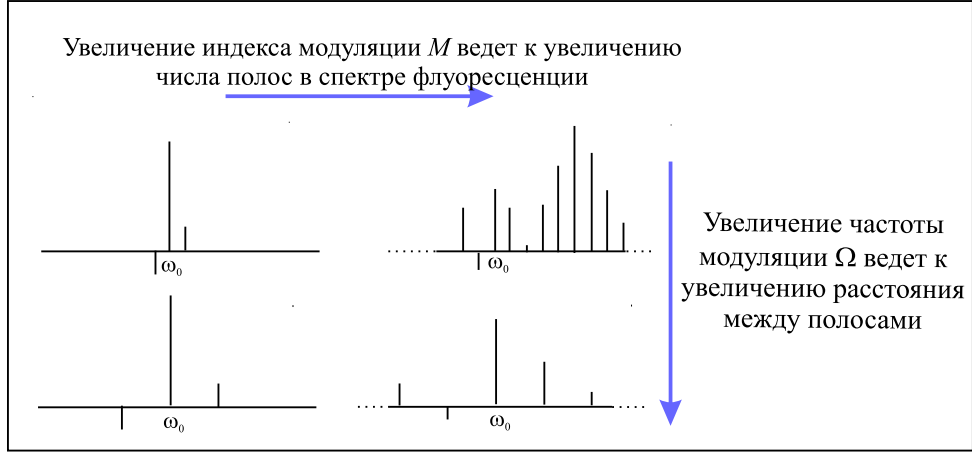


Рис. 7.2: Модификация спектра излучения Λ -системы возбуждаемой частотно-модулированным полем при изменении частоты модуляции Ω_{mod} и изменении индекса модуляции M .

Где Ψ описывает относительную фазу между частотной и амплитудной модуляцией, а коэффициенты a_n в разложении Фурье выражаются через функции Бесселя $J_n(M)$:

$$a_n = J_n(M) - i\frac{R}{2}J_{n-1}(M)e^{i\Psi} + i\frac{R}{2}J_{n+1}(M)e^{-i\Psi} \quad (7.2)$$

Рассмотрим сначала влияние чистой ЧМ на формирование темных резонансов, для чего пренебрежем амплитудной модуляцией, т.е. $R = 0$ и $a_n = J_n(M)$. Поле в этом случае представляет собой суперпозицию гармоник вида $E(t) = E_0 \exp(i\omega_0 t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(M) \exp(in\Omega_{\text{mod}} t)$, и амплитуды соответствующих спектральных компонент пропорциональны функциям Бесселя $J_n(M)$. Рис. 7.2 иллюстрирует изменение спектра поля при изменении индекса модуляции M и частоты модуляции Ω_{mod} . Когда частота модуляции Ω_{mod} фиксирована, увеличение индекса модуляции ведет к увеличению числа полос в спектре, расстояние между которыми равно Ω_{mod} .

При взаимодействии Λ -системы с ЧМ-полем каждая пара частотных компонент спектра дает вклад в резонанс КПН, который наблюдается, когда частотное расстояние между этими компонентами совпадает с зеемановским расщеплением ω_{12} основного состояния (рис. 7.1), обусловленным присутствием постоянного магнитного поля, т.е. в спектре возникают дополнительные резонансы КПН на частотах кратных Ω_{mod} . Экспериментально резонансы КПН наблюдаются либо при сканировании частоты модуляции в небольшом диапазоне вокруг двух-фотонного резонанса, при фиксированной величине внешнего магнитного поля, либо при фиксированной частоте модуляции путем сканирования магнитного поля в соответствующем диапазоне [24, 26–28].

7.2 Двухчастотная модель расчета ЧМ спектров темных резонансов

В части I настоящей диссертации был описан расчет лиувиллиана 3-х уровневого атома в случае двух заданных монохроматических полей. На основе этого метода, задачу о взаимодействии Λ -системы с ЧМ-полем можно решить в рамках двухчастотной модели эффективного поля (которая рассмотрена ниже), т.е. когда ЧМ спектр излучения заменяется двумя эффективными монохроматическими полями.

Спектр ЧМ излучения имеет сложную структуру (рис.7.2), состоящую из большого числа компонент, поэтому задача о взаимодействии Λ -системы с ЧМ-полем является очень громоздкой. Для решения этой задачи была построена упрощенная модель, которая позволяет свести задачу о взаимодействии Λ -системы с ЧМ-полем к задаче о взаимодействии системы с двумя *эффективными* полями с использованием нижеследующего приближения. При этом следует исходить из того, что основной интерес представляет зависимость населенности $n_3(\omega_{12}) = \langle 0 | \hat{n}_3 \rangle$ возбужденного состояния от величины расщепления основного состояния ω_{12} . Также не маловажно отметить, что данная модель позволяет избежать рассмотрения временной динамики, ограничившись расчётом стационарного отклика.

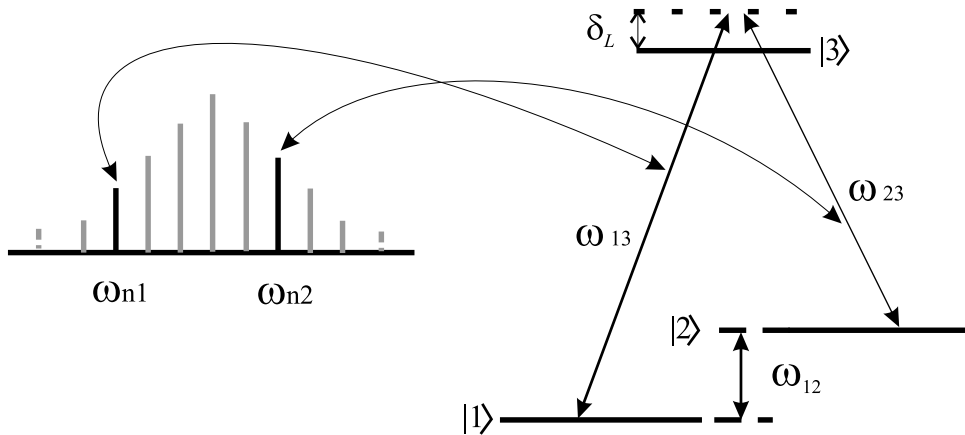


Рис. 7.3: В двухчастотной модели ЧМ спектр заменяется на два эффективных монохроматических поля с частотами ω_{n_1} и ω_{n_2} , для которых максимально эффективны однофотонные резонансы на переходах $|1\rangle - |3\rangle$ и $|2\rangle - |3\rangle$, соответственно.

Рассмотрим суть двухчастотной модели. Спектр ЧМ поля (7.1) состоит из эквидистантных компонент на частотах $\omega_0 + n\Omega_{\text{mod}}$, расстояние между которыми равно частоте модуляции Ω_{mod} (рис. 7.3). Для данного значения ω_{12} , будем выбирать из всего спектра ЧМ поля две частотных компоненты: первая — $\omega_{n_1} = n_1\Omega_{\text{mod}}$ с номером n_1 (n_1 — целое число), для которой максимально эффективен однофотонный резонанс на переходе 1–3, т.е. максимальна величина резонансного отклика

$(g_{13}J_{n_1}(M))^2/[\gamma_{31}^2 + (\omega_{n_1} - \omega_{13})^2]$, и вторая компонента $\omega_{n_2} = n_2\Omega_{mod}$ с номером n_2 (n_2 — целое число) для которой максимально эффективен однофотонный резонанс на переходе 2–3, т.е. максимальна величина $(g_{23}J_{n_2}(M))^2/[\gamma_{32}^2 + (\omega_{n_2} - \omega_{23})^2]$. Поскольку при изменении величины расщепления основного состояния ω_{12} изменяется расстояние ω_{13} и ω_{23} между уровнями 1–3 и 2–3, соответственно, то для каждого значения ω_{12} такая замена сводит ЧМ спектр к двум зависящими от ω_{12} наиболее эффективными компонентами с номерами n_1 и n_2 , дающими максимальный вклад в формирование резонанса КПН. Т.е. мы, используя только два эффективных поля описываем взаимодействие Λ -системы со всем ЧМ спектром.

Лиувиллиан \mathcal{L}_{tot} в матричном представлении в базисе (1.9) в случае двухчастотной модели имеет вид:

$$\mathcal{L}_{tot} = \begin{pmatrix} -w & \gamma_{12} & \gamma_{31} & 0 & 0 & 0 & \frac{g'_{13}}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ w & -\gamma_{12} & \gamma_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{g'_{23}}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\gamma_{31} - \gamma_{32} & 0 & 0 & 0 & -\frac{g'_{13}}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{g'_{23}}{\sqrt{2}} \\ \hline 0 & 0 & 0 & A & B - \omega_{12} & 0 & \frac{g'_{23}}{2} & 0 & \frac{g'_{13}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -B + \omega_{12} & A & -\frac{g'_{23}}{2} & 0 & \frac{g'_{13}}{2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{g'_{23}}{2} & C & \delta_L & 0 & 0 \\ -\frac{g'_{13}}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{g'_{13}}{\sqrt{2}} & -\frac{g'_{23}}{2} & 0 & -\delta_L & C & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{g'_{13}}{2} & 0 & 0 & D & \delta_L - B \\ 0 & -\frac{g'_{23}}{\sqrt{2}} & \frac{g'_{23}}{\sqrt{2}} & -\frac{g'_{13}}{2} & 0 & 0 & 0 & -\delta_L + B & D \end{pmatrix}, \quad (7.3)$$

где $g'_{13} = g_{13}J_{n_1}(M)$ и $g'_{23} = g_{23}J_{n_2}(M)$ — частоты Раби эффективных полей, $A = (-\gamma_{12} - w - 2\Gamma_{12})/2$, $B = \omega_{n_1} - \omega_{n_2}$, $C = (-2\gamma_{32} - 2\gamma_{31} - 2w)/4$, $D = (-2\gamma_{32} - 2\gamma_{31} - 2\gamma_{12})/4$.

Структура приведённой матрицы \mathcal{L}_{tot} имеет блочную структуру, где четыре диагональных блока \mathcal{L}_{11} , \mathcal{L}_{22} , \mathcal{L}_{33} , \mathcal{L}_{44} описывают динамику населенностей n_1 , n_2 , n_3 и когерентностей подсистем 1–2, 1–3, 2–3, соответственно. Блоки \mathcal{L}_{13} , \mathcal{L}_{31} и \mathcal{L}_{14} , \mathcal{L}_{41} и сопряжённые им описывают осцилляции Раби на переходах 1–3 и 2–3, соответственно. Остальные недиагональные блоки описывают межмодовые связи поляризации основного состояния с поляризациями переходов 1–3, 2–3.

Решая уравнение (1.16) для набора значений ω_{12} , получим зависимость населенности $n_3(\omega_{12})$ возбужденного состояния от величины расщепления основного состояния ω_{12} , включающую также и зависимость от однофотонной лазерной расстройки δ_L .

7.3 Расчет ЧМ спектров резонансов КПН при помощи двухчастотной модели

7.3.1 Случай отсутствия частотной модуляции. Проверка схемы расчета.

Для проверки схемы расчета описанной выше рассмотрим наиболее простой случай взаимодействия Λ -системы с *одним* резонансным полем в отсутствие частотной модуляции. Это сводится к тому, что в лиувиллиане (7.3) индекс модуляции $M = 0$, и на оба перехода действует одно поле $E(t)$. Результаты в отсутствие модуляции легко предсказуемы, и проверка их справедливости при использовании расчета зависимости поглощения от величины расщепления основного состояния методом двух эффективных полей в соответствующем частном случае ($M = 0$) является естественным инструментом контроля правильности предлагаемого метода.

На рис.7.4а приведена зависимость населенности возбужденного состояния от величины лазерной расстройки и величины частотного расщепления основного состояния ω_{12} , полученная на основе двухчастотной модели. Соответствующие значения параметров выбраны исходя из эксперимента [24]. Оценим ширину резонанса по формуле [1]

$$\Delta_0 = \Gamma + \frac{\Omega^2}{\gamma}, \quad (7.4)$$

Γ – скорость поперечной релаксации между нижними уровнями, $\gamma = \gamma_{31} + \gamma_{32}$. Рассчитанная по этой формуле и оцененная из рис. 7.4а, ширина резонанса, равна 0.5γ . Из полученного спектра также следует, что в случае взаимодействия Λ -системы только с одним полем, темный резонанс наблюдается, когда система вырождена ($\omega_{12} = 0$), т.е. когда внешнее магнитное поле равно нулю.

7.3.2 Случай наличия частотной модуляции

Пользуясь двухчастотной моделью, мы рассчитали трехмерную зависимость населенности верхнего уровня от величины расщепления основного состояния ω_{12} и лазерной расстройки (рис. 7.5а). Однако, нагляднее рассмотреть сечение, соответствующее условию равенства нулю лазерной расстройки $\delta_L = 0$, т.е. случай, когда частота поля на переходе $|1\rangle - |3\rangle$ находится в точном резонансе с частотой перехода ω_{13} . На рис. 7.6а приведена зависимость населенности верхнего уровня при $\delta_L = 0$ от величины расщепления основного состояния ω_{12} для значения $M = 10$ при частоте модуляции равной $\Omega_{mod} = 6\gamma$ ($\gamma = 1\text{МГц}$). Из графика следует, что в графике зависимости поглощения от величины расщепления основного состояния наблюдаются дополнительные резонансы КПН на частотах кратных частоте модуляции.

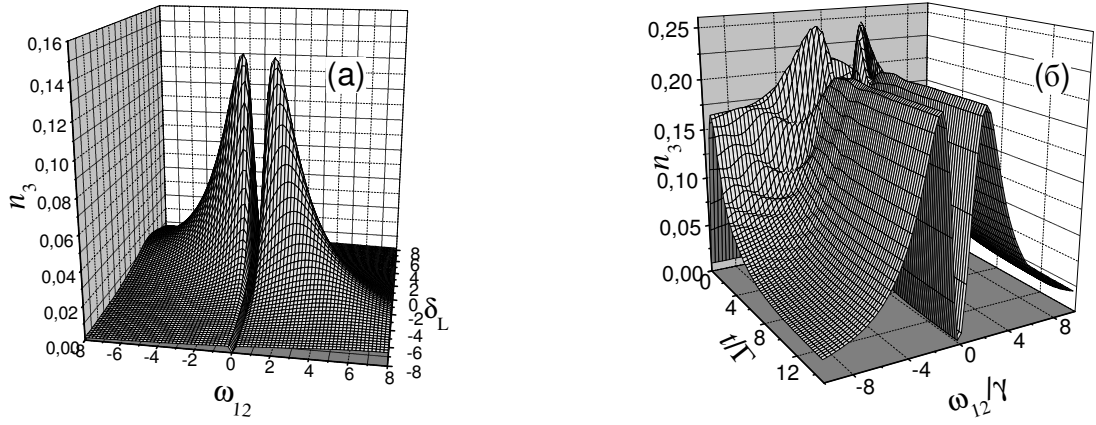


Рис. 7.4: Зависимость населенности n_3 возбужденного состояния Λ -системы, взаимодействующей с одним полем без модуляции ($M = 0$) а) от величины лазерной расстройки δ_L и величины частотного расщепления основного состояния ω_{12} , рассчитанная с использованием двухчастотной модели, б) от времени и от ω_{12} , полученная при помощи расчета точной динамики Λ -системы методом матрицы плотности. $g_{13} = g_{23} = 1$ отн.ед. и $\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma = 1$ отн.ед., (отн.ед. = $\gamma = 1$ МГц); остальные релаксационные параметры полагались равными нулю.

Рассмотрим качественно механизм формирования темных резонансов в спектре Λ -системы под действием ЧМ лазерного поля (рис. 7.7). Резонанс КПН формируется, когда расстояние между нижними подуровнями основного состояния ω_{12} равно расстоянию между полосами в спектре излучения, т.е. когда величина расщепления между зеемановскими подуровнями ($\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2 = 2\mu_B g_F H$, где μ_B —магнетон Бора, g_F —фактор Ланде, H —напряженность магнитного поля) равна частоте модуляции Ω_{mod} . Все пары компонент расстояние между которыми равно частоте модуляции Ω_{mod} (например, пара отмеченная сплошными стрелками на рис. 7.7) вносят вклад в резонанс для которого $\omega_{12} = \Omega_{mod}$. Аналогично, все пары компонент расстояние между которыми равно удвоенной частоте модуляции $2\Omega_{mod}$ (например пара отмеченная пунктирными стрелками на рис.7.6) вносят вклад в резонанс для которого $\omega_{12} = 2\Omega_{mod}$ и т.д. Отсюда следует, что расстояние между соседними резонансами, наблюдаемыми в спектре, равно частоте модуляции Ω_{mod} .

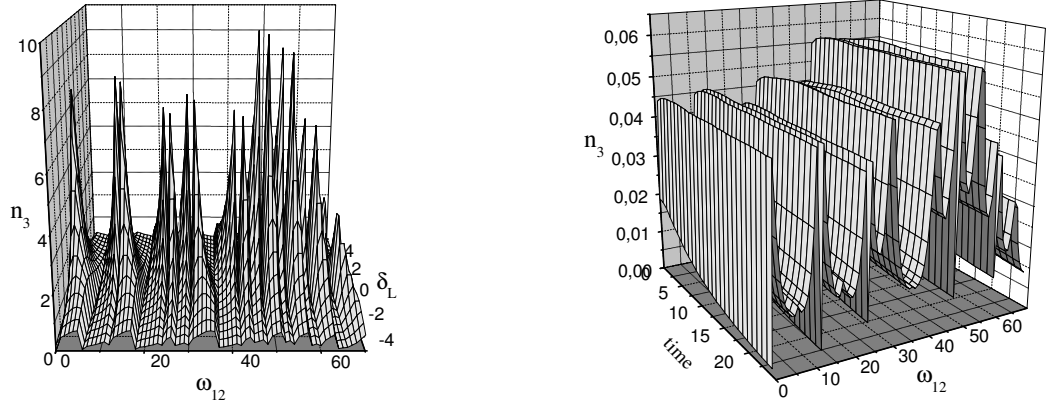


Рис. 7.5: Зависимость населенности n_3 возбужденного состояния Λ -системы, взаимодействующей с ЧМ полем $\Omega_{mod} = 10$, а) от величины лазерной расстройки δ_L и величины частотного расщепления основного состояния ω_{12} , рассчитанная с использованием двухчастотной модели, б) от времени и от ω_{12} , полученная при помощи расчета точной динамики Λ -системы методом матрицы плотности. $g_{13} = g_{23} = 1$ отн.ед. и $\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma = 1$ отн.ед., (отн.ед. = $\gamma = 1$ МГц); остальные релаксационные параметры полагались равными нулю.

Поскольку амплитуды полос в спектре пропорциональны функциям Бесселя $J_n(M)$ при фиксированном индексе модуляции M и стремятся к нулю с увеличением n , то число полос в спектре приблизительно равно M , и число реально наблюдаемых резонансов порядка M .

Из рисунка 7.6а видно, что резонансы на определенных частотах практически отсутствуют, так при $M = 10$ практически отсутствуют резонансы на частотах $\omega_{12} = \pm\Omega_{mod}, \pm 3\Omega_{mod}$ и $\pm 6\Omega_{mod}$. Это объясняется тем, что в случае взаимодействия системы с модулированным полем двухфотонные резонансы КПН наблюдаются на фоне однофотонных. Как было показано, например в работе [46], зависимость мощности прошедшего через среду модулированного сигнала для данного M пропорциональна квадрату функции Бесселя $J_n^2(M)$. Поскольку квадрат функции Бесселя принимает нулевые значения при $n = \pm 1, \pm 3, \pm 6$ для $M = 10$, то и резонансы на частотах $n\Omega_{mod}$ для этих n практически отсутствуют. Были проведены расчеты для

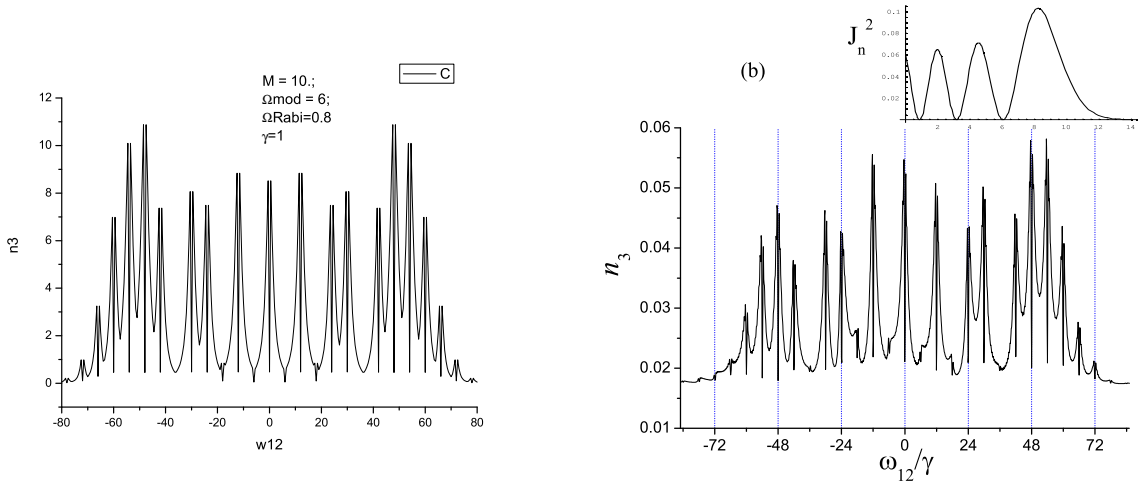


Рис. 7.6: Населенность возбужденного состояния симметричной Λ -системы в зависимости от ω_{12} для индекса модуляции $M = 10$, частоты модуляции $\Omega_{mod} = 6\gamma$ и частот Раби $g_{13} = g_{23} = 0.8\gamma$. На вставке показан квадрат функции Бесселя $J_n^2(M)$ для данных M . а) результат полученный с использованием двухчастотной модели, б) результат полученный при помощи расчета точной динамики Λ -системы методом матрицы плотности.

больших значений индекса модуляции порядка 100 и получены аналогичные зависимости: резонансы наблюдаются на тех частотах $n\Omega_{mod}$, кратных частоте модуляции, для которых квадрат функции Бесселя принимает ненулевые значения.

Механизм появления дополнительных резонансов КПН с увеличением индекса модуляции пояснён на рис. 7.8, где приведена зависимость населенности верхнего уровня от величины расщепления основного состояния ω_{12} при фиксированной частоте модуляции $\Omega_{mod} = 2$ для различных значений индекса модуляции $0 < M < 5$. При $M = 0$ модуляция отсутствует и темный резонанс наблюдается, как и следовало ожидать, при $\omega_{12} = 0$, т.е. когда система вырождена. Дальнейшее увеличение индекса модуляции ведет к появлению дополнительных резонансов при условии, когда $\omega_{12} = n\Omega_{mod}$, $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Это связано с тем, что с увеличением индекса модуляции число боковых полос в спектре, согласно (7.1), увеличивается.

Также было получено, что с увеличением скорости распада возбужденного состояния γ относительная величина резонансов и их контраст резко уменьшается. А с увеличением частоты Раби относительная величина резонансов и их контраст возрастают.

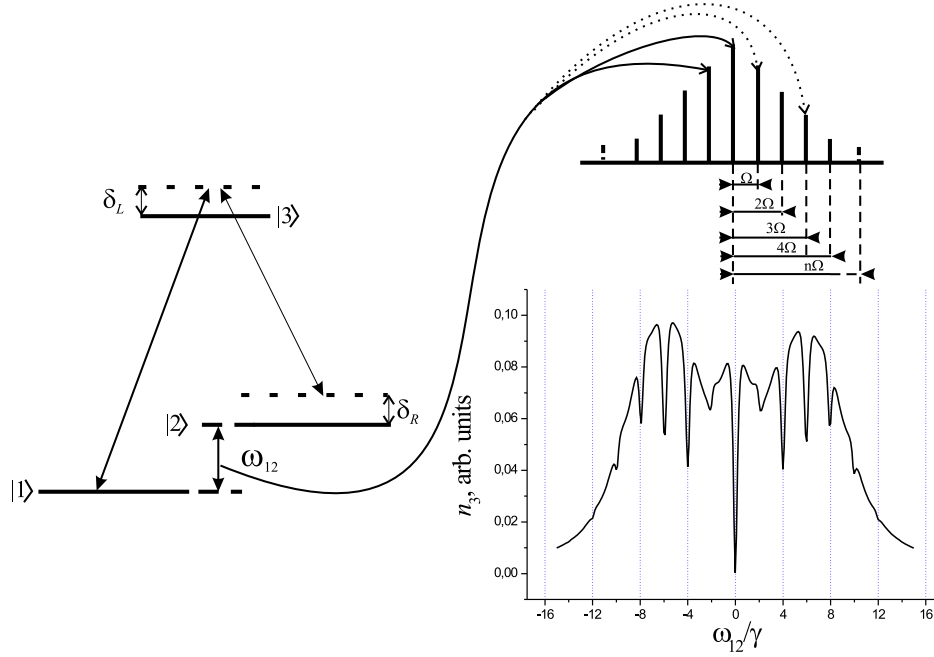


Рис. 7.7: Механизм формирования темных резонансов в случае Λ -системы, взаимодействующей с частотно-модулированным лазерным полем.

7.4 Расчет ЧМ-спектров темных резонансов при помощи точной модели

Для проверки результатов, полученных при помощи двухчастотной модели, рассмотрим точную задачу о взаимодействии Λ -системы с ЧМ полем при помощи метода матрицы плотности, временная эволюция которой определяется кинетическим уравнением вида (4). Гамильтониан взаимодействия Λ -системы с частотно-модулированным полем (7.1) имеет вид:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & e^{i\Delta(t)}g_{13} \\ 0 & -\omega_{12} & e^{i\Delta(t)}g_{23} \\ e^{-i\Delta(t)}g_{13} & e^{-i\Delta(t)}g_{23} & \delta_L, \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

где $\Delta(t) = M \sin \Omega_{mod}t$. Подставляя выражение для \mathcal{L}_r и \hat{H} в уравнение (4), мы получим систему из девяти дифференциальных уравнений, решив которую, получим, в частности, зависимость $\rho_{33}(t)$, которая описывает изменение населенности возбужденного состояния Λ -системы от времени для данного значения ω_{12} . Рассчитав, таким образом, населенность для диапазона значений ω_{12} мы получим трехмерную зависимость, описывающую формирование резонансов КПН во времени для различных значений расщепления основного состояния.

Аналогично пп.7.3.1 рассмотрим сначала случай, когда система взаимодействует с одним полем (рис. 7.4б). При $M = 0$ модуляция отсутствует и темный резонанс наблюдается, как и следовало ожидать, при $\omega_{12} = 0$, т.е. когда система вырождена, что полностью совпадает с результатом полученным при помощи двухчастотной модели (рис. 7.4а).

Зависимость населенности возбужденного состояния от времени и величины расщепления основного состояния в случае ЧМ поля, рассчитанная при помощи метода матрицы плотности приведена на рис.7.5б. На рис. 7.6б приведено сечение $t = 25\gamma^{-1}$, соответствующее режиму, когда резонансы КПН сформировались. Из сравнения графиков на рис.7.6а и рис.7.6б. следует качественное согласие результатов, полученных разными методами. При этом, однако, видно, что метод матрицы плотности не позволяет точно оценить ширину и контраст резонансов, поскольку стационарное состояние достигается при $t \rightarrow \infty$, в то время как в данном методе расчёта рассматривается конечный промежуток времени, из-за чего полученные результаты для поглощения завышены.

7.5 Расчет ЧМ-спектров резонансов КПН методом квантовых траекторий

Неэрмитов гамильтониан взаимодействия Λ -системы, взаимодействующей с частотно-модулированным лазерным полем $E(t) = E_0 \exp[i(\omega_0 t + M \cos \Omega_{mod} t)]$ имеет вид:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & e^{i\Delta(t)} g_{13} \\ 0 & -\omega_{12} & e^{i\Delta(t)} g_{23} \\ e^{-i\Delta(t)} g_{13} & e^{-i\Delta(t)} g_{23} & \delta_L - i\Gamma, \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

где $\Delta(t) = M \sin \Omega_{mod} t$, $\Gamma = (\gamma_{31} + \gamma_{32})/2$.

Решая уравнение Шредингера (2.4), получим систему дифференциальных уравнений для амплитуд вероятностей $a_1(t)$, $a_2(t)$ и $a_3(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1(t) &= -ie^{i\Delta(t)} g_{13} a_3(t) \\ \dot{a}_2(t) &= -i(-\omega_{12} a_2(t) + e^{i\Delta(t)} g_{23} a_3(t)) \\ \dot{a}_3(t) &= -i(e^{i\Delta(t)} g_{13} a_3(t) + e^{i\Delta(t)} g_{23} a_2(t) + (-i\Gamma + \delta_L) a_3(t)). \end{aligned} \quad (7.7)$$

Предположим, что в начальный момент времени $t = 0$ вся населенность системы распределена между двумя основными уровнями системы $|1\rangle$ и $|2\rangle$, т.е. $n_1 = n_2 = 0.5$. Решая систему дифференциальных уравнений (7.7) методом квантовых траекторий, мы получим волновую функцию системы и населенности каждого уровня, зависящие от времени.

Временная динамика населенности возбужденного состояния, рассчитанная методом квантовых траекторий в зависимости от величины расщепления основного состояния ω_{12} , приведена на рис. 7.9а. Расчеты проведены для таких же параметров, как и расчеты системы методом матрицы плотности в пп. 7.4. Сравнение населенности возбужденного состояния в зависимости от ω_{12} , рассчитанной обоими методами, приведено на рис. 7.9б.

Таким образом, сравнение результатов показывает, что метод квантовых траекторий адекватно описывает динамику трехуровневой системы в Λ -конфигурации, взаимодействующую с ЧМ полем. Это позволяет утверждать, что метод квантовых траекторий применим к расчету более сложных многоуровневых систем.

7.6 Сравнение экспериментальных и теоретических результатов

На рисунке 7.10а представлена экспериментальная зависимость пропускания лазерного излучения при фиксированной частоте модуляции в 500 кГц от величины продольного магнитного поля. Величина магнитного поля меняется в диапазоне от 0 до 300 μ Т.

Теоретический расчет зависимости пропускания лазерного излучения при фиксированной частоте модуляции в 500 кГц от величины продольного магнитного поля и следовательно от величины частотного расщепления основного состояния проводился с учетом как частотной, так и амплитудной модуляции. На рис.7.10б представлена полученная зависимость для значений $\Omega_{mod} = 0.5MHz$, $\gamma = 5MHz$, $g_{13} = g_{23} = 0.3MHz$, $M=10$, $R = 2$. Из представленных зависимостей видно, что возникают 4 дополнительных резонанса на частотах кратных частоте модуляции. Наличие резонансов на всех частотах обусловлено учетом как частотной, так и амплитудной модуляции.

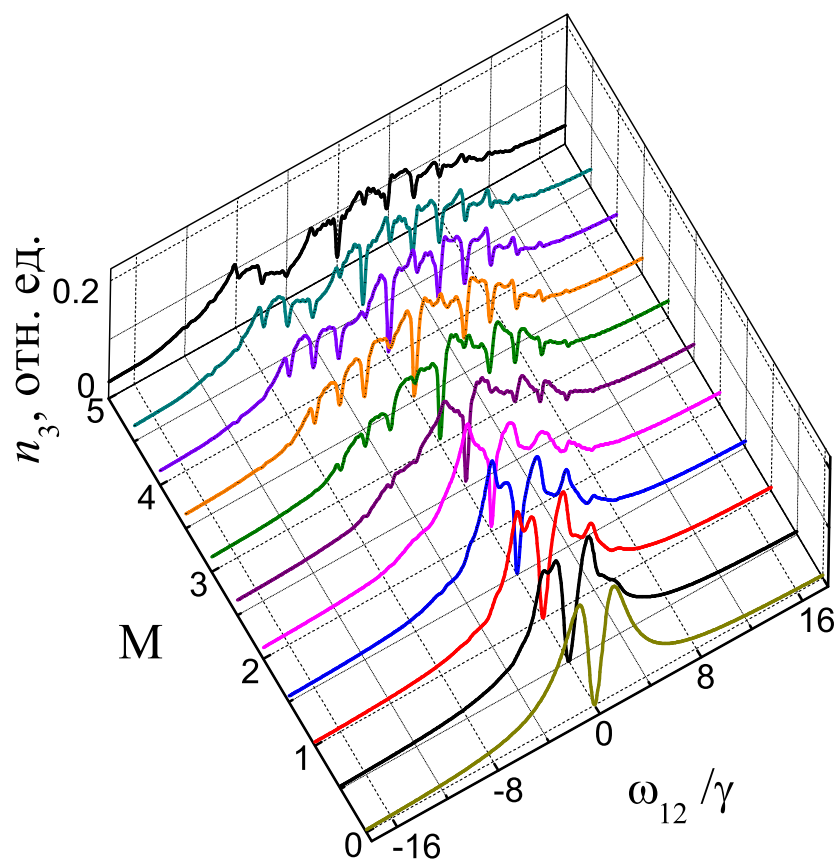


Рис. 7.8: Населенность возбужденного состояния в зависимости от ω_{12} и модуляционного индекса M . Другие параметры системы равны: $\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma$, $\Omega_{mod} = 2\gamma$, $g_{13} = g_{23} = 0.8\gamma$, $\gamma = 1$ МГц.

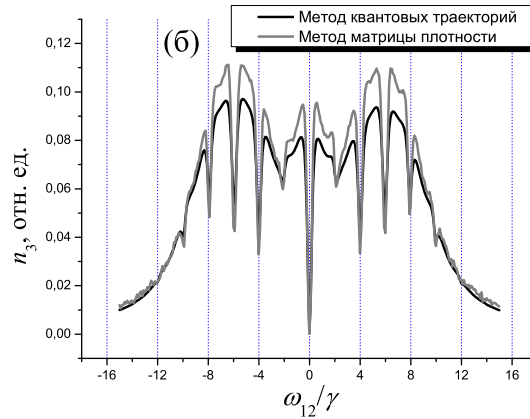
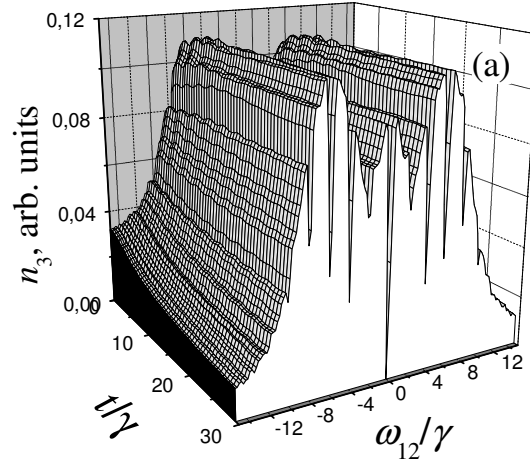


Рис. 7.9: а) Населенность возбужденного состояния Λ -системы зависимости от времени и ω_{12} при фиксированной частоте модуляции $\Omega = 2$ a.u и индексе модуляции $M = 4$, частоты Раби $\Omega_{13} = \Omega_{23} = 0.8$ a.u и $\Gamma = 1$. б) Зависимость населенности возбужденного состояния Λ -системы от ω_{12} для параметров (а), рассчитанная методом матрицы плотности (сплошная линия) и методом квантовых траекторий (пунктирная линия). Число траекторий в расчете равно 5000.

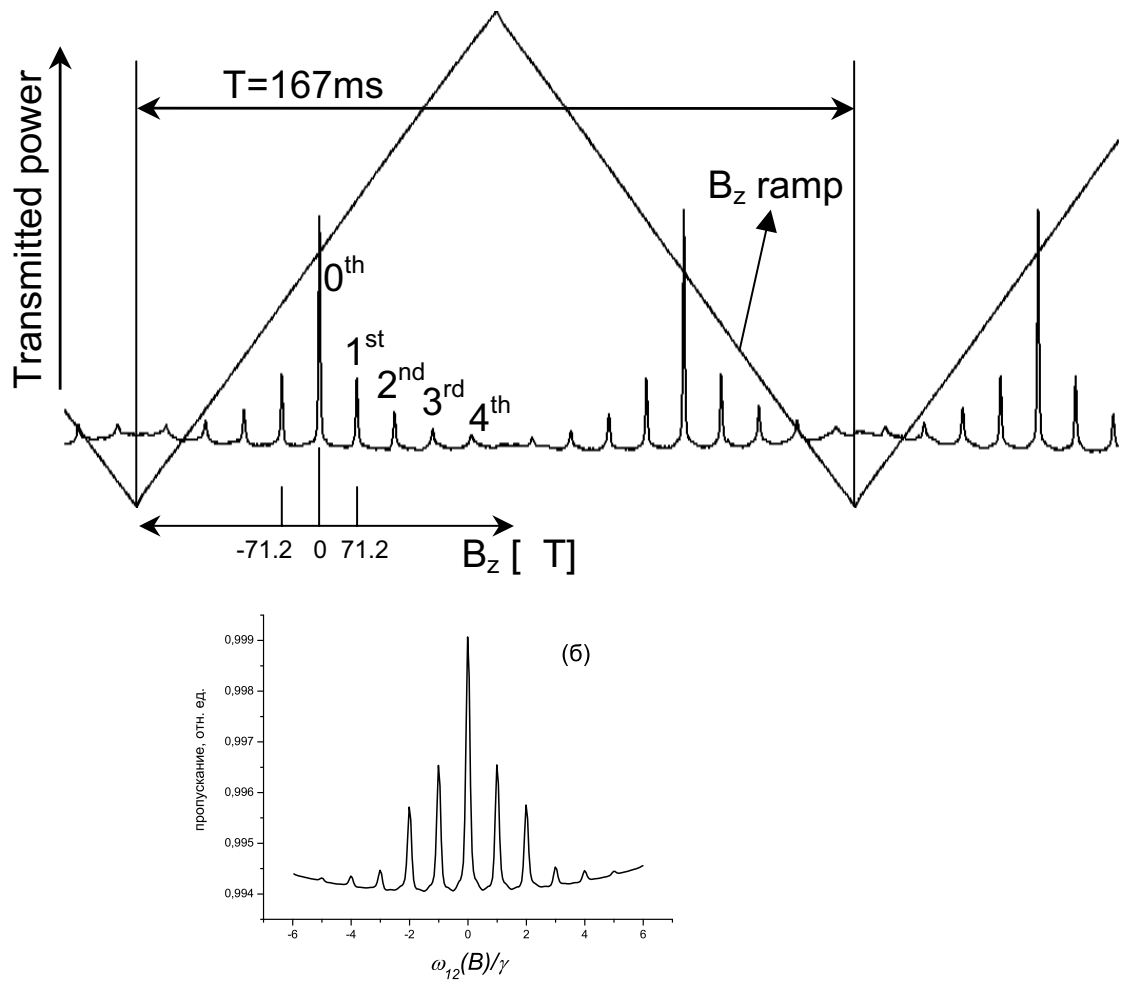


Рис. 7.10: Экспериментальная (а) и теоретическая (б) зависимость пропускания лазерного излучения при фиксированной частоте модуляции в 500 кГц от величины продольного магнитного поля. Параметры в теоретическом расчете равны $\Omega_{mod} = 0.5$ МГц, $\gamma = 5$ МГц, $g_{13} = g_{23} = 0.3$ МГц, $M=10$, $R = 2$.

Глава 8

Высокочастотная модуляционная спектроскопия темных резонансов на примере атома Cs

В случае высокочастотной модуляционной спектроскопии два сверхтонких подуровня D_2 линии атома Cs, $F_g = 3$ и $F_g = 4$, соответствуют уровням $|1\rangle$ и $|2\rangle$ Λ -системы (например рис.1). В случае слабого магнитного поля и циркулярно поляризованного лазерного излучения ($m_3 = m_4 = m$) выражение 6.2 принимает вид:

$$\begin{aligned}\delta\nu &= \nu_{hf} + \delta\nu_{LIN} + \delta\nu_{NLIN} = \nu_{hf} + D' B m - D'' B^2 (1 - (m/4)^2) \\ D' &= \frac{\mu_B}{h} \frac{(g_J - g_I)}{4} \\ D'' &= \frac{(\mu_B/h)^2 (g_J - g_I)^2}{2\nu_{hf}},\end{aligned}\tag{8.1}$$

В таблице 8.1 приведены коэффициенты D' и D'' для ^{133}Cs .

Таблица 8.1: Коэффициенты D' и D'' для ^{133}Cs в формуле (8.1)

Элемент	D' (MHz/mT)	D'' (kHz/mT ²)	D'/D'' (mT)
^{133}Cs	7.0084	42.7453	164

В отсутствии магнитного поля мы имеем вырожденную трехуровневую систему. Внешнее постоянное магнитное поле снимает вырождение и система превращается в многоуровневую (21 уровень). При взаимодействии такой системы с циркулярно поляризованным полем, согласно правилам отбора, формируются 7 Λ -систем (рис.

8.1). Центральный резонанс $m = 0$ соответствует $\delta\nu = \nu_{hf}$ и не имеет Зеемановского сдвига в первом порядке. В отличие от него резонансы с увеличением m_F все более чувствительны к влиянию магнитного поля, что находит применение в высокочувствительной магнетометрии.

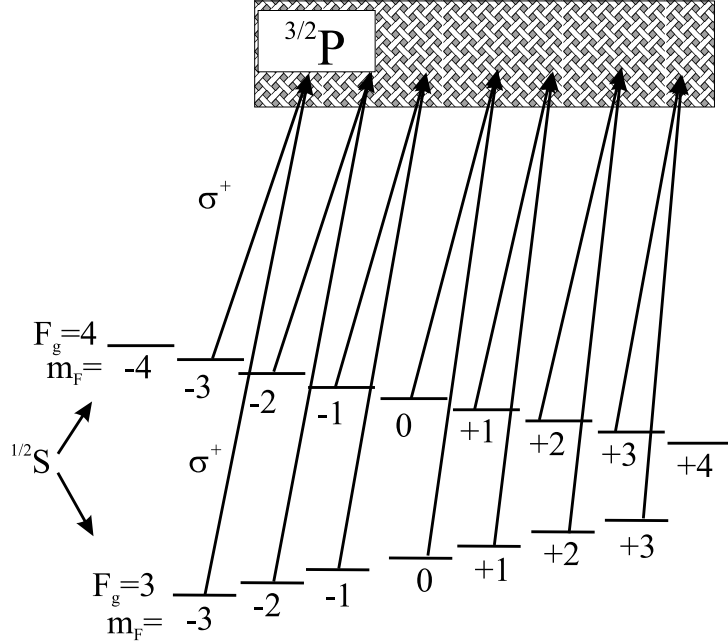


Рис. 8.1: В слабом магнитном поле вырождение сверхтонких подуровней атома Cs снимается, и система превращается в многоуровневую (21 уровень) образуя 7 Λ -систем.

Когерентность создается между зеемановскими подуровнями с одинаковым значением m_F . В случае слабого магнитного поля в формуле Брейта-Раби (6.2) учитывается только первый порядок и она принимает вид:

$$\delta\nu = \nu_{hf} + \frac{\mu_B(g_4 - g_3)mB}{h}$$

Расстояние между двумя соседними резонансами пропорционально величине приложенного магнитного поля.

В случае высокочастотной спектроскопии частота модуляции лазера составляет 4.6 ГГц, т.е. половину расстояния между двумя сверхтонкими основными состояниями D_2 линии атома Cs. Таким образом роль двух монохроматических полей играют -1 -я и 1 -я боковые полосы в ЧМ спектре лазера. Следовательно, для расчета спектра поглощения многоуровневой Λ -системы, взаимодействующей фактически только с двумя частотными компонентами ЧМ поля мы можем воспользоваться моделью, описанной в главе 1. При помощи этой модели был рассчитан спектр 21-уровневой системы (рис. 8.2) для следующих параметров: Частоты Раби порядка 0.5 МГц, скоро-

сти радиационного распада 5 МГц, зеемановское расщепление 300 кГц, соответствующих экспериментальным значениям, и получено что результаты численных расчетов полностью воспроизводят экспериментальные данные в отношении положения и ширины резонансов и формы спектров.

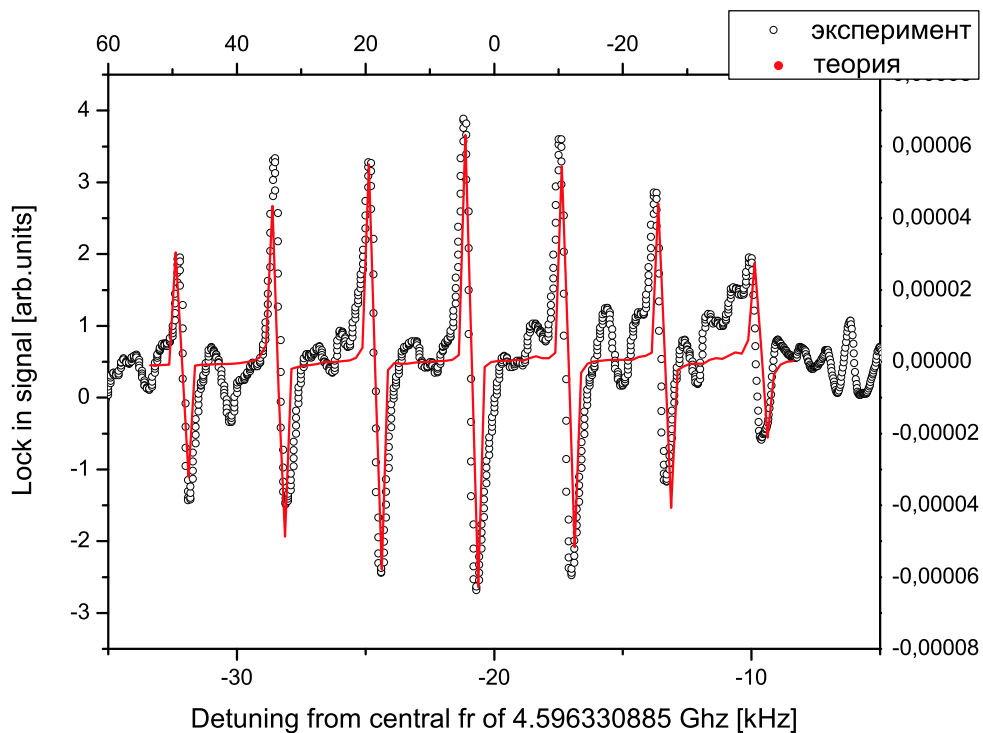


Рис. 8.2: Экспериментальная (черная линия) и теоретическая (красная линия) зависимость.

Выводы к части III

Таким образом, представлена простая двухчастотная модель для решения задачи ЧМ спектроскопии темных резонансов на примере трехуровневой Λ -системы. Показано, что поскольку спектр ЧМ поля представляет собой набор эквидистантных частотных компонент, то механизм описания взаимодействия Λ -системы с ЧМ полем возможен путем замены ЧМ спектра на два эффективных монохроматических поля, параметры которых выбираются из условия максимального однофотонного отклика системы.

На основе данной двухчастотной модели рассчитаны спектры поглощения Λ -системы, взаимодействующей с ЧМ полем. Показано, что в случае Λ -системы, взаимодействующей с одним резонансным полем без модуляции ($M = 0$) темный резонанс в спектре наблюдается при значении расщепления основного состояния ω_{12} равно нулю, т.е. в случае вырожденной Λ -системы. При наличии модуляции в спектре формируются дополнительные резонансы КПН на частотах, кратных частоте модуляции Ω_{mod} , т.е. резонанс формируется, когда межмодовое расстояние $n\Omega_{\text{mod}}$ равно зеемановскому расщеплению основного состояния ω_{12} . Число резонансов зависит от индекса модуляции и увеличивается с его ростом. Для разных значений интенсивность разных резонансов различна. Это объясняется тем, что зависимость мощности прошедшего через среду модулированного сигнала для данного M пропорциональна квадрату функции Бесселя $J_n^2(M)$. Поскольку квадрат функции Бесселя для данного индекса модуляции принимает нулевые значения при определенных значениях n , следовательно и резонансы на частотах $n\Omega_{\text{mod}}$ практически отсутствуют. Показано, что полученные при помощи двухчастотной модели результаты, качественно подтверждают образование в экспериментальных спектрах дополнительных резонансов КПН на частотах кратных частоте модуляции.

Получено, что теоретически рассчитанный спектр поглощения трехуровневой Λ -системы, взаимодействующей с полем модулированным по частоте и амплитуде (для индекса частотной модуляции $M = 10$ и индекса амплитудной модуляции равной $R = 2$), подтверждает экспериментальную зависимость.

Для случая высокочастотной модуляции результаты численных расчетов полностью воспроизводят экспериментальные данные в отношении положения и ширины резонансов и формы спектров.

Результаты, представленные в этой главе, опубликованы в работах [54–58]

Заключение

В заключение просуммируем основные результаты, полученные в настоящей диссертационной работе.

В части I развита техника символического представления супероператоров, в общем случае N -уровневого атома, взаимодействующего с двумя монохроматическими полями, в применении к расчету экспериментальных спектров когерентных темных резонансов. А также дано математическое описание методов расчета временной динамики Λ -системы.

В части II показана применимость техники символического представления супероператоров к исследованию спектроскопических зависимостей для конкретных атомов, таких как самарий и цезий. Моделирование спектров темных резонансов на примере атомов самария, взаимодействующих с двумя монохроматическими полями показало, что при наложении продольного или поперечного магнитных полей спектроскопические характеристики атома самария хорошо описываются в рамках семиуровневой модели. В полученных спектрах появляются дополнительные пики поглощения за счёт того, что рассматриваемая система распадается на набор трехуровневых Λ -систем, каждая из которых отвечает за формирование соответствующего резонанса. При этом переходы между уровнями, прямо не участвующими в образовании Λ -систем, участвуют в формировании пиков наведенного поглощения.

Показано, что в присутствии магнитного поля на форму линии поглощения и контраст резонансов КПН существенное влияние оказывает явление деполяризации магнитных подуровней, проявляющееся как монотонное падение контраста резонансов КПН с ростом константы деполяризации.

Рассчитаны и сопоставлены с экспериментальными данными коэффициенты поглощения паров с учетом максвелловского распределения атомов по скоростям. Показано, что изменение температуры ведет к изменению абсолютной величины коэффициента поглощения, но практически не сказывается на его форме.

При наличии поперечного магнитного поля результаты численных расчетов полностью воспроизводят экспериментальные данные как в отношении положения и ширины резонансов КПН, так и в отношении формы спектров. Для продольного же магнитного поля качественные теоретические оценки подтверждают наблюдаемое в эксперименте расщепление резонанса КПН на малую величину ~ 3 МГц, однако его

воспроизведение при численном расчете требует выхода за рамки приближений [14], обычно используемых для описания эффектов влияния доплеровского уширения на формирование спектров КПН.

Отдельный интерес для магнетометрии, стандартов частоты и других приложений представляет ЧМ спектроскопия темных резонансов. Поэтому изучение взаимодействия системы с ЧМ полем представляет не только теоретический, но и практический интерес. В части III диссертации предложена двухчастотная эффективная модель для расчета зависимости поглощения трехуровневой Λ -системы, взаимодействующей с ЧМ полем и точная модель для описания динамики формирования резонансов. С их помощью рассчитаны и проанализированы условия возникновения темных резонансов в случае ЧМ спектроскопии.

Показано, что в случае Λ -системы, взаимодействующей с одним резонансным полем без модуляции ($M = 0$) темный резонанс в спектре наблюдается при значении расщепления основного состояния ω_{12} равного нулю, т.е. в случае вырожденной Λ -системы. При наличии модуляции в спектре формируются дополнительные резонансы КПН на частотах, кратных частоте модуляции Ω_{mod} , т.е. резонанс формируется, когда межмодовое расстояние $n\Omega_{\text{mod}}$ равно зеемановскому расщеплению основного состояния ω_{12} . Число резонансов зависит от индекса модуляции и увеличивается с его ростом. Для разных значений интенсивность разных резонансов различна. Это объясняется тем, что зависимость мощности прошедшего через среду модулированного сигнала для данного M пропорциональна квадрату функции Бесселя $J_n^2(M)$. Поскольку квадрат функции Бесселя для данного индекса модуляции принимает нулевые значения при определенных значениях n , следовательно и резонансы на частотах $n\Omega_{\text{mod}}$ практически отсутствуют.

Показано, что полученные при помощи двухчастотной модели результаты, качественно подтверждают образование в экспериментальных спектрах дополнительных резонансов КПН на частотах кратных частоте модуляции.

Получено, что теоретически рассчитанный спектр поглощения трехуровневой Λ -системы, взаимодействующей с полем модулированным по частоте и амплитуде (для индекса частотной модуляции $M = 10$ и индекса амплитудной модуляции равной $R = 2$), подтверждает экспериментальную зависимость.

Для случая высокочастотной модуляции результаты численных расчетов полностью воспроизводят экспериментальные данные в отношении положения и ширины резонансов и формы спектров.

По результатам диссертационной работы можно сформулировать следующие **защищаемые положения**:

- Техника символического представления супероператоров эффективна при расчете спектров когерентных темных резонансов как в случае простой трехуров-

невой системы, так и в случае многоуровневых систем, на примере атомов Самария и Цезия.

- Спектроскопические характеристики атомов самария при наложении продольного или поперечного магнитных полей хорошо описываются семиуровневой моделью. Используя технику символического представления супероператоров рассчитаны спектры поглощения атомов самария в магнитных полях. В полученных спектрах появляются дополнительные пики поглощения за счёт того, что рассматриваемая система распадается на набор трехуровневых Λ -систем, каждая из которых отвечает за формирование соответствующего резонанса.
- Явление деполяризации магнитных подуровней, проявляющееся как монотонное падение контраста резонансов КПН с ростом константы деполяризации оказывает существенное влияние на форму линии поглощения и контраст резонансов КПН в присутствии магнитного поля.
- Задача частотно-модуляционной спектроскопии когерентных темных резонансов на примере трехуровневой Λ -системы эффективно описывается при помощи эффективной двухчастотной модели.
- Эффективная двухчастотная модель дает точную структуру зависимости поглощения от величины расщепления основного состояния при наличии частотной модуляции. В спектре поглощения формируются дополнительные резонансы КПН, на частотах кратных частоте модуляции Ω_{mod} , а именно, резонанс формируется когда межмодовое расстояние $n\Omega_{mod}$ равно расщеплению основного состояния ω_{12} .
- Численные расчеты с использованием точной модели, учитывающие совместное наличие как частотной, так и амплитудной модуляции полностью воспроизводят экспериментальные данные в отношении положения и числа резонансов КПН.

Основные результаты диссертации доложены на научных семинарах и международных конференциях в России и за рубежом в 2000-2006 годах и опубликованы в работах [47–58]

В заключение выражаю искреннюю благодарность моим научным руководителям — Виктору Николаевичу Задкову за постоянное внимание к работе и Борису Андреевичу Гришанину за постановку задач и неоценимую помощь в освоении методов их решения. Я также глубоко благодарен своей семье за понимание и поддержку в процессе всей работы над диссертацией.

Приложения

Приложение А. Особенности резонансов КПН на фоне доплеровски уширенной линии в магнитных полях

Случай продольного магнитного поля

В эксперименте частота первого лазера постоянна и равна $\omega_{L1} = \omega_{13} + \delta_{L1}$, где δ_{L1} — небольшая лазерная расстройка. В резонансе с полем ω_{L1} могут находиться только те частицы, которые имеют определенную проекцию скорости по направлению светового луча, такую, чтобы доплеровский сдвиг скомпенсировал расстройку частоты поля ω_{L1} относительно частоты квантовых переходов $|1\rangle - |7\rangle$ и $|1\rangle - |5\rangle$ (точки а и б на рис. 8.3а).

Поглощение волны ω_{L1} будет наблюдаться на частотах: $\omega_{13} + \Delta''$ (переход $|1\rangle - |7\rangle$) и $\omega_{13} - \Delta''$ (переход $|1\rangle - |5\rangle$). Согласно определению эффекта Доплера получим выражения для соответствующих скоростных групп:

$$\begin{aligned}\omega_{L1} &= \frac{\omega_{13} + \Delta''}{1 - v_{x1}/c} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x1}}{c}\right) = \frac{\omega_{13} + \Delta''}{\omega_{L1}} && \text{(точка а),} \\ \omega_{L1} &= \frac{\omega_{13} - \Delta''}{1 - v_{x2}/c} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x2}}{c}\right) = \frac{\omega_{13} - \Delta''}{\omega_{L1}} && \text{(точка б).}\end{aligned}$$

Взаимодействие частиц в каждой скоростной группе с полем ω_{L1} приводит к тому, что уровень $|1\rangle$ обедняется, а населенность уровней $|2\rangle, |3\rangle$ и $|4\rangle$ возрастает за счет распадов с верхних уровней. Вторая частота $\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L2}$, где δ_{L2} — расстройка второго поля, сканируется в широком диапазоне частот. На рис. 8.3а нанесены точки с, d, e и f, соответствующие скоростным группам частиц, для которых доплеровский сдвиг компенсирует расстройку δ_{L2} частоты ω_{L2} относительно частот квантовых переходов $|3\rangle - |7\rangle$, $|2\rangle - |6\rangle$, $|4\rangle - |6\rangle$, $|3\rangle - |5\rangle$, соответственно. Поглощение волны ω_{L2} будет наблюдаться на четырех частотах: $\omega_{23} \pm \Delta''$ (переход $|3\rangle - |7\rangle$ и $|3\rangle - |5\rangle$) и $\omega_{23} \pm \Delta'$ (переход $|2\rangle - |6\rangle$ и $|4\rangle - |6\rangle$), т.е. выражения для соответствующих скоростных

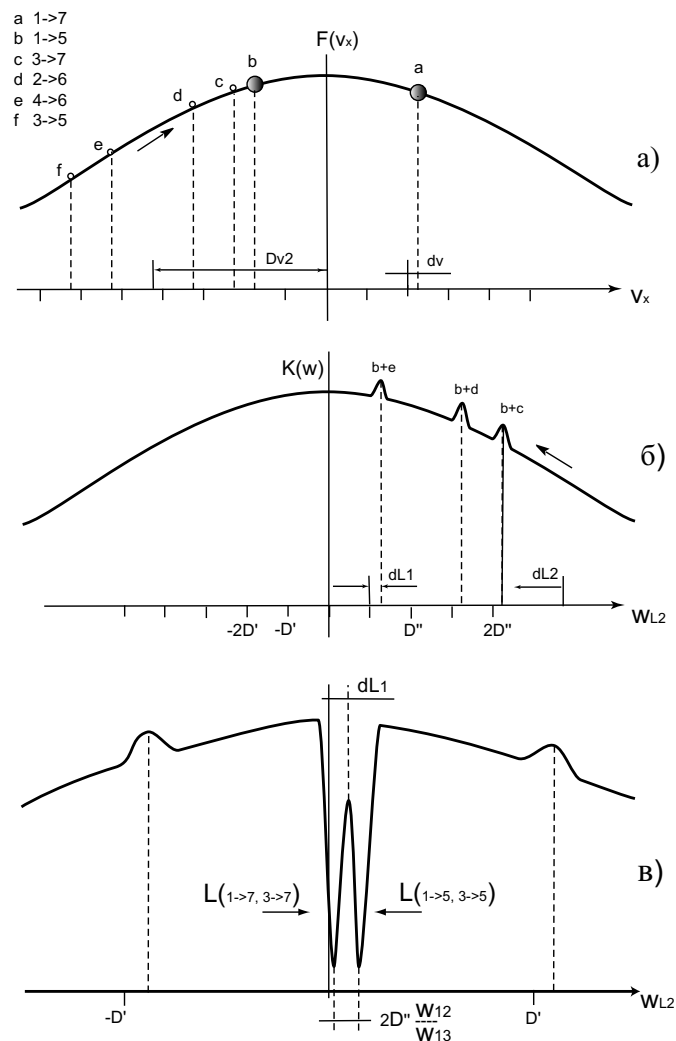


Рис. 8.3: Наблюдение резонансов КПН на фоне доплеровски уширенной линии. а) точки a и b соответствуют частицам, которые имеют определенную проекцию скорости по направлению светового луча, такую, чтобы доплеровский сдвиг скомпенсировал расстройку частоты поля ω_{L1} относительно частоты квантовых переходов $|1\rangle - |7\rangle$ и $|1\rangle - |5\rangle$; точки c , d , e и f , соответствуют скоростным группам частиц, для которых доплеровский сдвиг компенсирует расстройку δ_{L2} частоты ω_{L2} относительно частот квантовых переходов $|3\rangle - |7\rangle$, $|2\rangle - |6\rangle$, $|4\rangle - |6\rangle$, $|3\rangle - |5\rangle$, соответственно; графическая иллюстрация получения пиков поглощения (б) и резонансов КПН (в) на фоне доплеровски уширенной линии.

групп имеют вид:

$$\begin{aligned}\omega_{L2} &= \frac{\omega_{23} + \Delta''}{1 - \frac{v_{x3}}{c}} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x3}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} + \Delta''}{\omega_{L2}} && \text{(точка c),} \\ \omega_{L2} &= \frac{\omega_{23} + \Delta'}{1 - \frac{v_{x4}}{c}} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x4}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} + \Delta'}{\omega_{L2}} && \text{(точка d),} \\ \omega_{L2} &= \frac{\omega_{23} - \Delta'}{1 - \frac{v_{x5}}{c}} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x5}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} - \Delta'}{\omega_{L2}} && \text{(точка e),} \\ \omega_{L2} &= \frac{\omega_{23} - \Delta''}{1 - \frac{v_{x6}}{c}} \longrightarrow \left(1 - \frac{v_{x6}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} - \Delta''}{\omega_{L2}} && \text{(точка f).}\end{aligned}$$

В случае, когда расстройка $\delta_{L2} > \omega_{23} + \Delta''$ все эти точки находятся слева относительно точки **b**. В каждой из этих скоростных групп (a–f) атомы возбуждаются излучением ω_{L2} или ω_{L1} . Равновесное распределение населенностей нарушается. При уменьшении расстройки δ_{L2} точки c, d, e и f на графике (рис. 8.3a) движутся вправо. При совпадении точек c и b атомы, находящиеся в этой скоростной группе одновременно взаимодействуют с обоими полями. Возбуждаются два перехода, которые не образуют Λ -систему, однако из-за наличия неравновесного распределения частиц по уровням и избытка населенности на уровне $|3\rangle$ возрастает поглощение второй волны, что соответствует пику поглощения (рис. 8.3b). Получим частоту на которой наблюдается этот пик поглощения из условия совпадения скоростных групп v_{x2} (точка b) и v_{x3} (точка c), т.е. из условия

$$\frac{\omega_{13} - \Delta''}{\omega_{L1}} = \frac{\omega_{23} + \Delta''}{\omega_{L2}}.$$

Из этого выражения легко получить, что частота на которой наблюдается первый пик поглощения $\omega_{L2} = \omega_{23} + 2\Delta'' + \delta_{L1}$. При дальнейшем уменьшении δ_{L2} наблюдаются пики поглощения при совпадении скоростных групп v_{x2} и v_{x4} (точки b и d), а также v_{x2} и v_{x5} (точки b и e), на частотах $\omega_{L2} = \omega_{23} + \Delta'' + \Delta' + \delta_{L1}$ и $\omega_{L2} = \omega_{23} + \Delta' + \delta_{L1}$, соответственно. При дальнейшем снижении δ_{L2} точка c совпадает с точкой a, что соответствует одновременному возбуждению переходов $|1\rangle - |7\rangle$ и $|3\rangle - |7\rangle$, т.е. резонансу КПН в Λ -системе, образованной уровнями $|1\rangle$, $|3\rangle$ и $|7\rangle$. Рассчитаем, на какой частоте будет наблюдаться пик резонанса КПН. Из условия совпадения скоростных групп v_{x1} и v_{x3} :

$$\left(1 - \frac{v_{x1}}{c}\right) = \frac{\omega_{13} + \Delta''}{\omega_{L1}}, \quad \left(1 - \frac{v_{x3}}{c}\right) = \frac{\omega_{23} + \Delta''}{\omega_{L2}},$$

следует, что первый резонанс КПН будет наблюдаться на частоте $\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L1} + \omega_{12}\Delta''/\omega_{13}$. Второй резонанс КПН возникает при совпадении скоростных групп v_{x6} (точка f) и v_{x2} (точка b). Аналогично получаем частоту $\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L1} - \omega_{12}\Delta''/\omega_{13}$ на которой наблюдается второй резонанс КПН. При этом расстояние между двумя резонансами КПН равняется $\omega_{L2}^{ac} - \omega_{L2}^{bf} = 2\Delta'\omega_{12}/\omega_{13}$.

Дальнейшее уменьшение расстройки δ_{L_2} приводит к появлению пиков поглощения в левой части графика (рис. 8.3с). Следует особо заметить, что наличие лазерной расстройки второго поля, не равной нулю приводит к тому, что распределение пиков и резонансов симметрично относительно частоты

$$\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L_1}. \quad (8.2)$$

Таким образом, на доплеровски уширенном контуре, в отличие от спектра покоящегося атома, мы наблюдаем симметричную картину (6 пиков поглощения и два резонанса КПН) относительно частоты (8.2).

Случай поперечного магнитного поля

Рассуждения аналогичны случаю продольного магнитного поля. Поглощение волны ω_{L1} будет наблюдаться на частоте ω_{13} (переход $|1\rangle - |6\rangle$). Вторая частота $\omega_{L2} = \omega_{23} + \delta_{L_2}$, где δ_{L_2} — расстройка второго поля, сканируется в широком диапазоне частот. Поглощение волны ω_{L2} будет наблюдаться на двух частотах: $\omega_{23} \pm \Delta'$ (переход $|2\rangle - |6\rangle$ и $|4\rangle - |6\rangle$). Одновременное возбуждение переходов $|1\rangle - |6\rangle$ и $|2\rangle - |6\rangle$, а также $|1\rangle - |6\rangle$ и $|4\rangle - |6\rangle$, соответствуют резонансам КПН в Λ -системах, образованных уровнями $|1\rangle$, $|6\rangle$, $|2\rangle$ и $|1\rangle$, $|6\rangle$, $|4\rangle$, соответственно. Таким образом, наблюдаются два резонанса КПН на частотах $\omega_{L2} = \omega_{23} \pm \Delta'$. Расстояние между резонансами равно удвоенной величине зеемановского расщепления нижнего уровня $\Delta\omega_{\perp} = 2\Delta'$. Отметим, что отношение величины расщепления резонансов КПН для атома самария в поперечном и продольном магнитных полях составляет

$$\frac{\Delta\omega_{\perp}}{\Delta\omega_{\parallel}} = \frac{2\Delta'_{\perp}}{2\Delta'_{\parallel}\omega_{12}/\omega_{13}} = 25 \frac{H_{\perp}}{H_{\parallel}}.$$

Литература

- [1] E. Arimondo // In: *Progress in Optics*, **35**, E. Wolf, Ed. (Elsevier, Amsterdam) — 1996. — 257.
- [2] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols, *Nuovo Cimento. B* **36**, 5 (1976).
- [3] H. R. Gray, R. M. Whitly, and C. R. Stroud (Jr), *Opt. Lett.* **3**, 218 (1978).
- [4] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1996).
- [5] A. Kasapi, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3908 (1997).
- [6] R. Wynands, A. Nagel, *Appl. Phys. B* **68**, 1 (1999).
- [7] R. Holtzwarth, Th. Udem, and T. W. Haensch, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2264 (2000).
- [8] Н. Н. Колачевский, А. В. Акимов, Н. А. Киселев, А. А. Папченко, В. Н. Сорокин, С. И. Канорский, *Квант. Электрон.*, **31**(1), 61 (2001).
- [9] Б.А. Гришанин, *Квантовые случайные процессы*, <http://comsim1.phys.msu.ru/people/grishanin/teaching/qsp/>.
- [10] Л. А. Вайнштейн, И. И. Собельман, Е. А. Юдин, *Возбуждение атомов и уширение спектральных линий*, Изд-во Наука: Москва, 1978.
- [11] W. Harper, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 169 (1972).
- [12] В. А. Grishanin, V. N. Zadkov, and D. Meschede, *Phys. Rev. A* **58**, 4235 (1998).
- [13] I. V. Bargatin, В. А. Grishanin, and V. N. Zadkov, *Proc. SPIE* **3736**, 246 (1998).
- [14] E. Kuznetsova, O. Kocharovskaya, and M. O. Scully, *Proc. SPIE* **4750**, 117 (2002).
- [15] Н. Н. Колачевский, А. В. Акимов, Н. А. Киселев, А. А. Папченко, В. Н. Сорокин, С. И. Канорский, *Опт. и Спектр.*, **90**(2), 164 (2001).

- [16] A.V. Akimov, N.N. Kolachevsky, V.N. Sorokin, and S.I. Kanorsky, “ Λ - resonance in the presence of velocity changing collisions”, IQEC-2002 Technical Digest, QSuO7 (2002).
- [17] Б.М. Смирнов, *Возбужденные атомы*, Изд-во Энергоиздат: Москва, 1982.
- [18] P. F. Liao, J. E. Bjorkholm, and P. R. Berman, Phys. Rev. A, **21**(6), 1927 (1980).
- [19] H. R. Gray, R. M. Whitly, and C. R. Stroud (Jr), Opt. Lett. **3**, 218 (1978).
- [20] G. Alzetta, L. Moi, G. Orriols, Nuovo Cimento. B. **52**, 209 (1979).
- [21] G. Alzetta, L. Moi, G. Orriols, Opt. Commun. **42**, 335 (1982).
- [22] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1996).
- [23] A. Kasapi, Phys. Rev. Lett. **77**, 3908 (1997).
- [24] C. Andreeva, G. Bevilacqua, V. Biancalana, S. Cartaleva, Y. Dancheva, T. Karaulanov, C. Marinelli, E. Mariotti, and L. Moi, Appl. Phys. B **76**, 667 (2003).
- [25] G. E. Hall, S. W. North, Annu.Rev.Phys.Chem. **51**, 243-74, (2000).
- [26] G. Bevilacqua, V. Biancalana, E. Breschi, Y. Dancheva, C. Marinelli, E. Mariotti, L. Moi, Ch. Andreeva, T. Karaulanov, S. Cartaleva, 13-th Int. School on Quantum Electr.: Laser Physics and Applications, Proc. SPIE Vol.5830, p. 150-158 (2005).
- [27] E.B.Alexandrov, M.Azuzinsh, D.Budker, D.F.Kimbal, S.M.Rochester, V.V.Yashchuk, arXiv: Physics 0405049 (2004)
- [28] Yu.Malakyan, S.M.Rochester, D.Budker, D.F.Kimbal, V.V.Yashchuk, Phys. Rev. A69, 013817 (2004)
- [29] C.Cohen-Tannoudji, B.Diu, and F.Lalo, volume I and II. Hermann, 1977.
- [30] J.Vanier and C.I.Audoin. IOP Publishing Ltd, 1989.
- [31] J.Dalibard, Y. Castin, K. Molmer, Phys. Rev. Lett. **68**, 5, (1992).
- [32] K. Mølmer and Y. Castin, Quantum Semiclass. Opt. **8**, 49 (1996).
- [33] H. J. Carmichael, Phys. Rev. Lett. **70**, 15, (1993).
- [34] K. Mølmer, Y. Castin, and J. Dalibard, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 524 (1993).
- [35] G. Lindblad, Commun. Math. Phys. **48**, 119, (1976).

- [36] N. N. Kolachevsky, A. A. Papchenko, N. A. Kiselev, V. N. Sorokin, A. V. Akimov and S. I. Kanorsky, *Isotopic shifts and hyperfine structure of the 672 and 686 nm spectral lines of samarium*, (unpublished).
- [37] C. W. WHITE, W. M. HUGHES, G. S. HAYNE, H. G. ROBINSON, *Determination of g-factor for free ^{133}Cs and ^{87}Rb atoms*, Phys. Rev. A **7**, 1178-1182(1973).
- [38] R. WYNANDS, A. NAGEL, Appl.Phys. B 68, 1 – 25, 1999.
- [39] Technical Report revision 1.5, Theoretical Division Los Alamos National Laboratory, – 2002.
- [40] Technical Report revision 1.6, Theoretical Division Los Alamos National Laboratory, – 2003.
- [41] Technical Report revision 1.6, Theoretical Division Los Alamos National Laboratory, – 2000.
- [42] C.W.White, W.M.Hughes, G.S.Hayne, H.G. Robinson, Determination of g-factors for free ^{133}Cs and ^{87}Rb atoms, Phys.Rev.A 7,1178-1182 (1973).
- [43] E.Arimondo, M. Inguscio, P. Violino: Rev.Mod.Phys. **49**,31,1977
- [44] C.E.Tanner, C.Wieman, Phys.Rev.A **38**,1616,1988
- [45] P.J.Mohr, B.Taylor, Rev.Mod.Phys. **72**, 351, 2000
- [46] J.M.Supplee et al., Applied Optics, **33**, 27, (1994).
- [47] J.V.Vladimirova, B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, "Modeling of multi-level lambda-system", // In: Proceedings of the First International Conference on Laser Optics for Young Scientists. // (St. Petersburg, Russia, 26-30 June 2000) [POSTER]
- [48] J.V.Vladimirova, B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, "Spectroscopy of Coherent Dark Resonances in Samarium Vapour". In: Proceedings of the II International Conference for Young Scientists and specialists "Optics-2001", (St. Petersburg, October 2001), [ORAL]
- [49] J.V.Vladimirova, B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, N. N. Kolachevsky, A. V. Akimov, N. A. Kiselev and S. I. Kanorsky, Spectroscopy of Coherent Dark Resonances in Samarium, XVII International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO 2001), June 26-July 1, 2001, Minsk, Belarus, [POSTER]
- [50] J. V. Vladimirova, Coherent population trapping resonances in Samarium vapor, VIII International graduate and postgraduate student conference LOMONOSOV-2001, April 10-13, 2001, Moscow, Russia, Book of Abstracts. [ORAL]

- [51] J. V. Vladimirova, B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, "Modeling of multi-level lambda-system by example samarium atom", Quantum Optics Summer School (QOSS-2001), University of Bonn, Germany (August 2001). [ORAL]
- [52] J. V. Vladimirova, B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, N. N. Kolachevsky, A.V. Akimov, N.A. Kiselev, V.N. Sorokin, and S.I. Kanorski, "Spectroscopy of coherent dark resonances in samarium", In: SPIE Procs. Vol. 4749, "ICONO 2001: Novel Trends in Nonlinear Laser Spectroscopy and Optical Diagnostics and Lasers in Chemistry, Biophysics, and Biomedicine", A.Yu.Chikishev, V.A.Orlovich, A.N.Rubinov, and A.M.Zheltikov, Eds, pp.147-156 (2002).
- [53] Ю.В.Владимирова, Б.А.Гришанин, В.Н.Задков, Н.Н.Колачевский, А.В.Акимов, Н.А.Киселев, С.И.Канорский, "Спектроскопия когерентных темных резонансов в многоуровневых атомах на примере паров самария", ЖЭТФ, 123(4), 710-725(2003).
- [54] G.Bevilacqua, V.Biancalana, E.Breschi, Y.Dancheva, L.Moi, Yu.V.Vladimirova, B.A.Grishanin, V.N.Zadkov, Modulation laser spectroscopy of coherent dark resonances, ICONO-LAT 2005, St-Peterburg, Russia, 11-15 May, 2005. [Oral]
- [55] Yu.V.Vladimirova, B.A.Grishanin, V.N.Zadkov, Modulation laser spectroscopy of coherent dark resonances, Siena, Italy, 10 June, 2005. [Oral]
- [56] Yu.V.Vladimirova, B.A.Grishanin, V.N.Zadkov, G.Bevilacqua, V.Biancalana, E.Breschi, Y.Dancheva, L.Moi, "Theory of frequency-modulation spectroscopy of coherent dark resonances", In: Digest of the Russian-German Laser Symposium (RGLS-2005), Nizhny Novgorod, October 1-4, 2005, pp. 63-64 (2005) [INVITED]
- [57] J. V. Vladimirova, B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, V.Biancalana, G. Bevilacqua, E. Breschi, Y.Dancheva, and L. Moi, "Theory of frequency-modulation spectroscopy of coherent dark resonances", Proc. SPIE 6257, Eds. S.N.Bagayev, A.Chikishes, A.Dmitriev, M.Ducloy, T.Heinz, V.Letokhov, A.Shkurinov, H.Takahashi, pp. 17-29 (2006).
- [58] J. V. Vladimirova, B. A. Grishanin, V. N. Zadkov, V.Biancalana, G. Bevilacqua, E. Breschi, Y.Dancheva, and L. Moi, "Frequency-modulation laser spectroscopy of coherent dark resonances", ECONOS-2006, Book of abstracts, Smolenice, Slovak Republic, April 9-11, 2006, p. 59.